量子論・古典論の統一はできるか
第 II 部　回転放射の場と波動場　[第 3 章]

松原邦彦

2024 年 4 月 15 日

目次

第 3 章　回転放射の場から波動場を導く 35
3.1　回転放射の理論でボーアの水素原子モデルを説明する 35
3.2　回転放射の場によってド・ブロイ波を解釈する 39
3.3　波動関数の波数ベクトル 42
3.4　SP-ラインの場からシュレーディンガー方程式を導く 44
3.5　熱的揺らぎによって回転放射の場が 3 次元連続関数になる 47
3.6　波動関数の意味するもの 49
3.7　SP-ラインの場と不確定性 51

参考文献 54

第 3 章

回転放射の場から波動場を導く

第 1 章に導いたスパイラルパルスーライン (SP-ライン) の場は決して連続的な波動、いわゆるサイン波またはそれらの重ね合わせではない。以下にたびたび周期という言葉が使われるが、この理論における周期とは SP-ラインの飛来周期である。それは確定した速度と確定した位置をもつ源の放射する信号であり、その概念は量子力学のそれと対立する。それにもかかわらず、前節で説明したようにパルス信号の飛来周期や波数ベクトルは量子力学における基本関係式と類似の表式によって表される。量子力学の幕開けに現れたボーアの水素原子モデルの理論においては、波動の考えは現れておらず、とびとびの値を持つ量子条件が主なテーマであった。この回転放射の場の理論からその量子条件に関してどのような解釈になるか述べておこう。次に現れたド・ブロイ波または波動力学について、同じようにこの理論による解釈を当てはめるとどうなるであろうか。そこでは従来の量子力学の出発点となった波動とは異なる周期的信号の伝播機構を用いることになる。続いてシュレーディンガー方程式をこの理論から導いてみよう。その時波動関数の解釈はどうなるのであろうか。驚くべきことに、そこでは従来理論では考えられなかった性質、すなわち波動関数の背後に因果律を保持した物理的な機構が存在していることが示される。

波動関数の物理的解釈に関連して、従来の量子力学における解釈とこの理論における解釈の違いについて検討しておこう。またこの理論においても従来の量子力学が示す不確定性と類似の不確定性をもつ。しかしこの理論ではそれは決して「原理」ではなく、時空間の成り立ちに備わった関係に過ぎないことが示される。

3.1 回転放射の理論でボーアの水素原子モデルを説明する

ボーアは 1913 年、新しい仮説を用いて水素原子のモデルを提唱し、水素原子の光スペクトルの説明に成功した。このとき用いた仮説は

“原子核の周りを回る電子がある一定条件を満たす状態にあるときにのみ安定に存在する。”

というものであった。この安定な定常状態の条件として

$$2\pi r_0 \times m_0 v = nh \tag{3.1}$$

を仮定した。ここに v は核の周りをまわる電子の速度、r_0 は電子の周回半径、m_0 は電子の質量、h はプランク定数である。この条件を「ボーアの量子化条件」と呼び、その後展開される前期量子論の基礎条件となった。この条件の依って来たるべき理由を探索することからその後の量子力学の展開が始まったという経過がある。ボーアの次に現れたド・ブロイの波動力学ではボーアの量子条件は粒子の運動軌道に沿った波動の共振条件で説明できることが示された。ここでは SP-ライン回転放射の理論からボーアの量子条件の成立

を説明して見ようと思う。

波動力学によると、運動粒子の軌道に沿って伝播する波動があるとして、その波動が軌道を一周するときに閉じる条件を満たす軌道だけが選ばれる。この条件を SPL ノードの理論に当てはめて考えて見よう。図 3.1 に示すように円の中心に原子核を置き、その周囲に円に沿って軌道回転する電子を考える。第 2 章 2.3

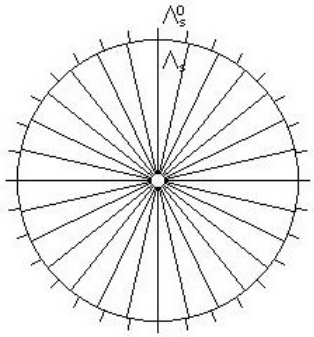

図 3.1　原子核の周囲を周回する電子が円軌道に沿って放射する SPL ノード間隔

節から 2.6 節で述べたところによれば電子は SPL ノードを回転放射する。そこでは飛来する SPL ノード間隔の変化分が運動力学の上で大切な役割を果たしている。いま静止していたとき Λ_s^0 なる飛来ノード間隔を持っていた電子が一定速度 v を持つと、飛行する電子のノード間隔はローレンツ収縮＋ドップラー効果による引きずりを起こして

$$\Lambda_s = \Lambda_s^0 \gamma \Big(1 - \frac{\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\Omega}}{c}\Big) \tag{3.2}$$

となる。$\boldsymbol{\Omega}$ は観測点と飛行粒子の点を結ぶ方向を表す単位ベクトルである。これは直線運動であっても円軌道運動でっても成立する。円軌道運動の場合を考えて観測者（作用を受ける点）を原子核の位置、円の中心に置くと $\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{\Omega}$ は常に直角に交わり、$\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\Omega} = 0$ となる。そうすると $\Lambda_s = \gamma \Lambda_s^0$ となり、速度 $\boldsymbol{v}$ に対して $\Lambda_s > \Lambda_s^0$ である。中心にいる観測者が観測する飛行電子の Λ_s を電子軌道に沿って示したのが図 3.1 の円の内側の区切り線であり、径方向に引いた直線群はその信号が伝播してくる経路である。静止時の電子の Λ_s^0 に対して伸びた間隔 $\Lambda_s - \Lambda_s^0$ が k 回続くと丁度間隔 Λ_s と同じ長さになる。つまり飛行粒子の SPL ノード長さの伸長分は k 回目で 1 パルス間隔分になり、パルス位置は 1 つずれたものと一致する。

$$k = \frac{\Lambda_s}{\Lambda_s - \Lambda_s^0} \tag{3.3}$$

ここに k は整数とは限らない。これを 1 周期とみなして k 回 Λ_s^0 を繰り返す周期間隔を Λ_k とすれば、

$$\Lambda_k = k\Lambda_s = \frac{\Lambda_s \Lambda_s}{\Lambda_s - \Lambda_s^0} \tag{3.4}$$

である。信号は軌道の周方向にも光速 c で伝播するから、この周期間隔 Λ_k を SPL ノードが円周方向に伝播する時間 τ_k は

$$\tau_k = \frac{\Lambda_k}{c} = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{\Lambda_s^0}{c} \tag{3.5}$$

となる。ここで $\Lambda_s^0/c = 1/\nu_s^0$ であり、ν_s^0 は 2.6 節の式 (2.52) によって SPL ノードの回転放射角速度と次の関係で結ばれ、

$$\nu_s^0 = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{m_0 c^2}{h/2} \tag{3.6}$$

である。そうすると (3.5) は

$$\tau_k = \frac{\gamma h/2}{(\gamma-1)m_0c^2} \tag{3.7}$$

となる。

一方、一定速度 v で半径 r_0 の円運動を行う電子の 1 回あたりの周回時間を τ とすれば

$$\tau = 2\pi\gamma r_0/v \tag{3.8}$$

である。これは回転ディスク上の半径 r_0 の場所に電子を置いて $r_0\omega = v$ となるような回転角速度 ω でディスクを回した時、回転の中心 $r = 0$ の点で観測する r_0 点の周回時間を求めるのと同じ問題である [1]。電子と共に走る系に置いた標準時計で測定する一周の時間を τ_0 とすると $\tau_0 = 2\pi r_0/v$ であるが、$r = 0$ の点にいる観測者の時計（原子核のある中心位置での時計）で測ると周回速度 v のため $\tau = \gamma\tau_0$ である。

いま、τ_k を基本モードとして、その n 倍 ($n = 1, 2, 3, ...$) のとき、つまり

$$\tau = n\tau_k \tag{3.9}$$

が成立するとき原子は安定状態を保つとする。そうすると (3.8) と (3.9) を等しいと置いて

$$2\pi r_0 \times m_0(\gamma-1)\frac{c^2}{v} = n\frac{h}{2} \tag{3.10}$$

が導かれる。

上式に現れる $m_0c^2(\gamma-1)$ の解釈について触れておこう。電子の速度が光速に比べて十分小さいとき、

$$\gamma - 1 \approx \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \tag{3.11}$$

と近似すれば

$$m_0c^2(\gamma-1) \approx \frac{1}{2}m_0v^2 \tag{3.12}$$

となって非相対論的な場合の運動エネルギーになる。このとき (3.10) はまさにボーアが掲げた式 (3.1) となる。

この理論によれば、ローレンツ収縮/ドップラー引きずりが 1 パルス間隔分に達する周期 τ_k の整数倍の時間をかけて電子が回るとき定常状態を保つということになる。ボーアの量子条件は、ニュートン力学的近似に対応する。とは言いながら、SP-ラインの性質とローレンツ収縮/ドップラー引きずり効果という特殊相対性に依拠することは驚くべきことである。この状態を巨視的な事象によって説明を試みよう。運動場に大きな円形トラックを描き、スタート点 S からランナーが一定速度で走りだす。ランナーは光発信機を持っており、円の中心にいる観測者に一定間隔でパルス状の光信号を送る。観測者も光パルス発信機を持っており、2 つは最初に同期させておく。ランナーは走る速度に応じてパルス間隔が短くなるようにしておく。ランナーが S 点を通過するとき観測者が持つ発信機の光パルスと同期すれば 2 つのパルス発信器間の干渉は走者がトラックを 1 周するごとに同じ状態を繰り返し、定常的に同一パターンを繰り返す。これが定常状態の実現の条件となる。もし 1 周後に同期がとれないと何らかの力がランナーと中心の観測者との間に働いて、ランナーははじかれてしまうか、定常軌道から外されてしまう。原子においては、走る電子のパルス発信の間隔の調整は時空の特殊相対性が自動的に行ってくれるという訳である。

回転放射する SPL ノード場の理論による解釈では、ボーアの量子条件は非相対論的近似である。厳密に取り扱うとすれば (3.10) が量子条件にならなければならない。ここに展開する SPL ノードの理論に依ると

この解釈は水素原子のモデルに変更をもたらす。電子が角速度 $\omega = v/r_0$ で円運動をするとき、古典力学に依拠すると、遠心力はクーロン力による向心力と釣り合い、運動エネルギーとの間に

$$2E = \frac{e^2}{r_0} \tag{3.13}$$

の関係が成立する。但しガウス単位系を用いて表現している。この表現形式は認めるとして、相対論的に厳密な取り扱いをするのであれば上記 E は相対論的に取り扱った粒子の運動エネルギー

$$E = (\gamma - 1)m_0c^2 \tag{3.14}$$

を用いることになる。すると量子条件 (3.10) から

$$2\pi r_0 \frac{E}{v} = n\frac{h}{2} \tag{3.15}$$

を得て、式 (3.13)、(3.15) から v について解いて、

$$v = \frac{2\pi e^2}{nh} \tag{3.16}$$

を得る。r_0 は相対理論的に厳密に求めたボーア半径と呼ばれるものに相当し、式 (3.14)、(3.15) から

$$r_0 = \frac{e^2}{2(\gamma - 1)m_0c^2} \tag{3.17}$$

と求まる。これに対し従来理論におけるボーア半径は

$$r_B = \frac{h^2}{4\pi^2 m_0 e^2} \tag{3.18}$$

で表される。これと (3.17) との差はどれくらいであろうか。以下に数値的検討をしておこう。

$$e = 4.80320467 \times 10^{-10}\ (esu), \quad h = 6.62607015 \times 10^{-27}\ (erg \cdot s), \quad m_0 = 9.10938370 \times 10^{-28}\ (g)$$

として、この理論によるボーア半径と従来理論による値との比較は

$$(\text{相対論}) \quad 5.29156076 \times 10^{-9}\ (cm). \qquad (\text{非相対論}) \quad 5.29177211 \times 10^{-9}\ (cm).$$

となり、r_0/r_B は 0.99996006 で補正幅は非常に小さい。

ボーアの量子条件は (3.10) 式の表現式を使うべきとすれば原子の軌道電子の磁気モーメントにも影響を持ってくる。磁気モーメントの計算には円電流を用いて $\mu = i\pi r_0^2/c$ として計算される。いまガウス単位系を使っているので c が付く。電子の軌道運動による等価円電流を $i = ev/(2\pi r_0)$ とすると

$$\mu = \frac{1}{2c} e r_0 v \tag{3.19}$$

である。従来理論のボーア磁子は (3.1) を v について解いて上式に代入して

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_0 c} \tag{3.20}$$

と表現する。この理論では組み合わせるべき式は (3.10) である。そうすると v は (3.16)、r_0 は (3.17) を用いて

$$\mu_M = \frac{\pi}{2hc} \frac{e^5}{(\gamma - 1)m_0c^2} \tag{3.21}$$

となる。その数値的評価は次の通りである。

$$(\text{相対論})\quad 9.27363952\times 10^{-21}\ (emu).\qquad (\text{非相対論})\quad 9.2740099\times 10^{-21}\ (emu).$$

μ_M/μ_B を評価すると 0.99996006 $(-)$ で、やはり補正幅は非常に小さく、実験的検証には測定値の有効桁数 5 桁以上が必要であるが、この差が実験的に証明されるなら、この理論の確からしさが得られるであろう。

3.2 回転放射の場によってド・ブロイ波を解釈する

物質の波動論におけるいわゆるド・ブロイ-アインシュタインの関係は

$$E = h\tilde{\nu} \tag{3.22}$$

$$p = h/\tilde{\lambda} \tag{3.23}$$

である。ここにド・ブロイ波のエネルギーを E、対応する周波数を $\tilde{\nu}$、運動量を p、波長を $\tilde{\lambda}$ で表わす。従来の波動力学に現れる物理量にはティルダ $(\tilde{\ })$ を付けて、このレポートで導入している理論における周波数や波長と区別しておく。ド・ブロイは物質粒子である電子も上記の波動性を伴うとしてボーアの量子条件が説明できると提起した。彼は波動力学を提示後、粒子を波動現象における一つの特異点と見做す考えを持っていた。粒子の等速運動においてはそのような波の方程式の解を見出すことは可能であったが、しかしこれを一般化して速度が変化する場合に拡張することは極めて困難であったと述べている [4]。この波の位相速度は

$$u = \tilde{\nu}\tilde{\lambda} = \frac{E}{p} \tag{3.24}$$

で与えられる。相対論を考える必要のない小さい速度の範囲では

$$E = \frac{1}{2m_0}p^2 \tag{3.25}$$

であるから波動における位相速度 (3.24) は

$$u = \frac{E}{p} = \frac{1}{2}v \tag{3.26}$$

となり、粒子の速度に一致しない。静止質量エネルギーも考慮に入れて、相対論を考慮する必要のある大きい速度を想定すれば、$E = mc^2$ であるから位相速度は

$$u = \frac{E}{p} = \frac{c^2}{v} \tag{3.27}$$

となり、今度は光速を越えてしまい、位相速度が物質粒子の速度 v に一致しない。そこで波動力学ではいわゆる波束を考え、その群速度が v に一致するようにしている。しかしながら、良く知られているように、そのような波束は一般に不安定で、波束による粒子の描像は破綻をきたす。

彼はその後第 5 回ソルベー会議において、粒子は波によって導かれ、波は水先案内の役目をするという「パイロット波理論」を発表したが、一般には受け入れられなかった。この考え方はデビット・ボームに引き継がれ、より一般的に解釈したボームの理論を生んだ。しかしこの考えも非局所的な理論を含むことから一般には受け入れられていない。物質波とは一体何ものなのか答えることができないまま、波動関数として数学的記述することで満足してきたのが現状であると言える。

この節では SP-ラインの場によってド・ブロイ波の成り立ちを説明してみよう。SP-ラインの場は物質の「存在確定」の信号であり、第 2 章で取り扱ったように運動量、角運動量の担い手である。2.9 節によればスピン磁気能率の担い手でもあり、すでに 2.6 節においてド・ブロイ波と良く似た SP-ラインの場の関係式が得られている。式 (2.51) において $m_0c^2 = E^0$ と置けば

$$E^0 = h\nu^0 \tag{2.51'}$$

が得られ、(3.22) と同形の関係式が得られる。また運動量に関しては

$$\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{\Omega}^0 = \frac{h}{\bar{\lambda}} \tag{2.56}$$

が得られている。これらは SP-ラインの飛来間隔に関する理論であり、図 2.5 に示すようにパルス信号を乗せて時空を伝播する波動のパラメータであって、波動力学に現れる $\tilde{\nu}$ や $\tilde{\lambda}$ と異なる。しかしこれらを波動のパラメータであると解釈するとド・ブロイの波動関数になってしまう。

ド・ブロイ-アインシュタインの関係式 (3.22), (3.23) に現れる $\tilde{\nu}$ や $\tilde{\lambda}$ はこの理論に現れる SP-ラインの飛来頻度 ν と SPL ノード長さ Λ とどのような関係にあるかを示しておこう。運動量、運動エネルギーに関して相対論を無視できない高速な粒子の場合と非相対論的な取り扱いができる低速度の粒子の場合とがある。まず相対論的な粒子の場合を取り扱おう。運動エネルギーと静止エネルギーを含む全エネルギーは $E = \gamma m_0 c^2$ であるとして (2.51) の両辺に γ を掛けて

$$\gamma\nu^0 = E/h \tag{3.28}$$

が得られるから

$$\gamma\nu^0 \ \rightarrow \ \tilde{\nu} \tag{3.29}$$

とすると $\gamma\nu^0$ は (3.22) と同じの関係式を充たす。次に $\tilde{\lambda}$ との対応関係を調べよう。(2.36) を (2.56) に代入すると

$$\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{\Omega}^0 = h\frac{\gamma}{c\Lambda^0}(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\Omega}^0) \tag{3.30}$$

が得られるから式中の $\boldsymbol{\Omega}^0$ を消去すると

$$\boldsymbol{p} = h\frac{\gamma\boldsymbol{v}}{c\Lambda^0} \tag{3.31}$$

が得られる。両辺の絶対値を採ったうえで

$$\frac{c}{\gamma v}\Lambda^0 \ \rightarrow \ \tilde{\lambda} \tag{3.32}$$

とすると $\tilde{\lambda}$ は (3.23) と同じ関係式を充たす。

非相対論的な粒子速度の場合には運動エネルギーは $E_k = (1/2)m_0v^2$ であり、これは

$$E_k = \epsilon^* - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2 \tag{3.33}$$

の $\gamma \approx 1$ の近似を採ったものである。そこでこの式の右辺に 2.5 節 (2.40) と (2.41) を用い、系 II-1 を採用して $h^* \rightarrow h$ であるとすれば

$$E_k = h\nu^* - h\nu^0 = h(\gamma - 1)\nu^0 \tag{3.34}$$

と表される。

$$\gamma - 1 \approx \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \tag{3.35}$$

と近似した上で

$$\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\nu^0 \ \to \ \tilde{\nu} \tag{3.36}$$

とすれば $\tilde{\nu}$ は (3.22) と同じ関係式を充たす。$\tilde{\lambda}$ との対応関係については (3.31) において $\gamma \approx 1$ として

$$\frac{c}{v}\Lambda^0 \ \to \ \tilde{\lambda} \tag{3.37}$$

とすれば $\tilde{\lambda}$ は (3.23) と同じ関係式が成立する。

位相速度について相対論的な粒子速度の場合は $E = \gamma m_0 c^2$ であるから

$$u = \frac{E}{p} = \frac{\gamma m_0 c^2}{\gamma m_0 v} = \frac{c^2}{v} \tag{3.38}$$

となり、(3.27) が実現する。非相対論的な場合

$$u = \frac{E_k}{p} = \frac{(\gamma - 1)m_0 c^2}{m_0 v} \approx \frac{(1/2)m_0 v^2}{m_0 v} = \frac{1}{2}v \tag{3.39}$$

となる。

(3.26) が実現する。S-P ラインの理論からド・ブロイの理論を導くときの条件をまとめると

(1)　相対論的な粒子速度では、光速で伝播する SP-ラインの飛来頻度の引きずり効果 (dragging effect) による変化分

$$\delta\nu = \nu^0(\gamma - 1) + \nu^0\gamma\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0}{c} \qquad \text{(2.5 節 2.27)}$$

のうち $(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0)/c$ の項を無視し（この根拠はあきらかでない。)、$\nu^0(\gamma - 1)$ を周波数とする。波長については SPL ノード長さの変化分

$$\frac{c}{\gamma v}\Lambda^0$$

を採用する。

(2)　非相対論的な粒子速度では、SP-ライン飛来頻度の相対論的ずれから得られる近似値

$$(\gamma - 1)\nu^0 \approx \frac{1}{2}\beta^2\nu^0$$

を周波数とし、SPL ノードの長さの引きずり効果による変化分

$$\frac{c}{\gamma v}\Lambda^0 \approx \frac{c}{v}\Lambda^0$$

を波長とみなすと、そのような波がド・ブロイ波に対応する。波動力学上の特性値は SPL ノード伝播のパラメータを使って表わすことができる。以上の関係を表 3.1 に示す。

この理論の見方によれば、ド・ブロイ波は SPL ノードのドップラー引きずり効果によるノード間隔の変化を一種の連続な波動で表したものである。だから波長と周波数が物理的に実在する波動に対応しない。ド・ブロイ波はその波長部分に回転放射する SPL ノードの引きずり効果による間隔変化分を取り入れている。もしド・ブロイ波に物理的意味を見出すとすればそこに源の速度 v と Λ^0 を介した m_0 の情報が含まれるということであって、その位相速度を実在の波動のもののように捉えることには無理がある。

もう一つ指摘できることは上記 (1) の条件は相対性理論の考え方からみると適切でなく、2.5 節 (2.27) を根拠とする限り $(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0)/c$ の項は無視できないと考えるべきであろう。

表 3.1 波動力学パラメータと本理論のパラメータの対応関係

	波動力学上の表現		本理論による表現	
粒子速度	非相対論的	相対論的	非相対論的	相対論的
運動量	$p(=m_0v)$	$p(=mv)$	$p(=m_0v)$	$p(=mv)$
エネルギー	$(1/2)m_0v^2$	mc^2	$\epsilon^*-m_0c^2$	ϵ^*
波長	$\tilde{\lambda}$	$\tilde{\lambda}$	$(c/v)\Lambda^0$	$(c/\gamma v)\Lambda^0$
周波数	$\tilde{\nu}$	$\tilde{\nu}$	$(1/2)\beta^2\nu^0$	$\gamma\nu^0$
位相速度	$(1/2)v$	c^2/v	$(1/2)v$	c^2/v

注) $\beta=v/c$

3.3 波動関数の波数ベクトル

2.4 節によると SPL ノードの流れの場は光速で伝播する波動で表現が可能であり、その波数ベクトルは (2.15) で表されたが、ド・ブロイ波ではその波長が SPL ノードの引きずり効果による波長の変動分に対応することが明らかである。式 (2.23) で表した波数ベクトル変換式のうち、引きずり効果による変動部分は (2.26) で表される $\delta\boldsymbol{k}$ であり、またこれに対応する周波数変動部分は (2.27) で表される $\delta\nu$ である。これら変化部分を波数ベクトルと周波数とする自由粒子の波動関数を複素指数関数を使って表すと

$$\phi = A\cdot exp\{i(\delta\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-2\pi\delta\nu t)\} \tag{3.40}$$

となる。この波数ベクトルの性質を回転放射する SPL ノードの性質からどのように説明することができるのだろうか。

静止している粒子の源が作る SPL ノード流れの場を考えよう。既に第 2 章図 2.4 に示した様に、SPL ノードは速度 c で周期的に飛来し、その飛来間隔は Λ_s^0 である。次に速度 v を持つ粒子の源が作る SPL ノード流れの場を考えよう。飛行粒子に対して K 系から観測する速度 v の粒子の SPL ノードの間隔を Λ_s とすると、両者の間には引きずり効果によりずれが生ずる。第 2 章 2.4 節 (2.22) と同形の周波数変化があるからノード長の変化を求めると、$\nu_s=c/\Lambda_s$, $\nu_s^0=c/\Lambda_s^0$ であるとして

$$\Lambda_s=\Lambda_s^0\gamma\Big(1+\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0}{c}\Big) \tag{3.41}$$

である。ここで

$$\Lambda_s=\gamma\Lambda_s^0+\delta\Lambda_s \tag{3.42}$$

と置けばそのずれ成分は

$$\delta\Lambda_s=\Lambda_s^0\gamma\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0}{c} \tag{3.43}$$

である。このずれ成分を 1 つの周期的な関数で表すことを考えよう。このずれが飛来する SPL ノード毎に蓄積して、1 周期分 Λ_s^0 に相当する長さになるまでの回数は

$$j=\frac{\Lambda_s^0}{\delta\Lambda_s} \tag{3.44}$$

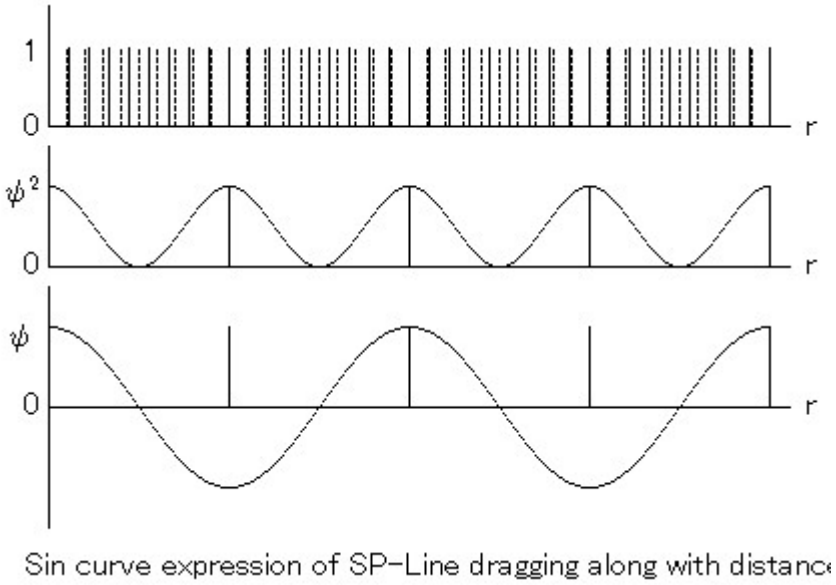

図 3.2　SP-ラインのずれ成分のクリアが繰り返される状態を波動関数で表す

である。ここに j は整数とは限らない。ずれはこの周期でクリアされ、また新たなずれが始まる。これに SPL ノード長 Λ_s を掛けると

$$j\Lambda_s = \frac{\Lambda_s^0}{\delta\Lambda_s}\Lambda_s = \frac{c\Lambda_s}{\gamma(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0)} \tag{3.45}$$

となる。これが図 3.2 下段の関数 f の周期に相当する。

図 3.2 の上の段においては縦の点線が Λ_s^0 毎のパルス信号を表し、縦の実線が Λ_s 毎のパルス信号を表す。同図中段における縦の実線はこのずれが解消し、2 つのパルス信号が一致した時を一つのパルス信号で表す。この周期が (3.45) に表す $j\Lambda_s$ である。同図の中段ではこの周期信号を余弦波の二乗で表現する。なぜ二乗で表すかといえば、その理由は第 2 章 2.4 節において取り扱ったときと同じである。すなわち 2 つの周期信号が同期する場所は実在であり、隣において同様に同期する場所と正負の関係があるわけではない。そこで事象の起こるすべての位置で正の値を採るように余弦波の二乗を当てはめる。この波動関数そのものを示したのが図 3.2 の下段である。図中では余弦波を用いたが正弦波を用いても位相差を調整すれば同じことである。肝心な点は周期関数で微分可能な連続関数で表現することである。ここで $\Lambda^0 = 2\pi c/\omega^0$, $\Lambda_s = 2\pi c/\omega_s$ と置けばこの波動関数に対する波長は $k_s = 1$ として第 2 章 2.4 節の (2.11) の関係から上に求めた繰り返し周期長さの 2 倍になり、$2\Lambda_s = \Lambda^0$ である。SPL ノード長さのずれ成分がクリアされる繰り返し長さは第 2 章 (2.37) に定義する波長 $\bar{\lambda}$ を使えば

$$j\Lambda_s = \frac{1}{2}\frac{c\Lambda^0}{\gamma(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0)} = \frac{\bar{\lambda}}{2} \tag{3.46}$$

となる。波数ベクトル $\bar{\boldsymbol{k}}$ と（波長）$\bar{\lambda}$ との関係は、第 2 章 2.6 節の (2.55) と (2.56) から $\boldsymbol{p}$ を消去することによって

$$\bar{\boldsymbol{k}}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0 = \frac{2\pi}{\bar{\lambda}} \tag{3.47}$$

と求められる。また 2.5 節の (2.36) の関係を用いると

$$\bar{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{\Omega}^0 = \gamma \frac{2\pi}{c\Lambda^0}(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\Omega}^0) \tag{3.48}$$

となり、同じく (2.35) にしたがえば

$$\delta \boldsymbol{k} = 2\pi\gamma \frac{\boldsymbol{v}}{c\Lambda^0}(\eta^0 + 1) \tag{3.49}$$

となる。当然のことながら、$c/\Lambda^0 = \nu^0$ と置くと上式は (2.26) に等しくなる。このようにして SPL ノード長さのずれ成分がクリアされる繰り返し長さが波動関数の波数ベクトルを決めていることがわかる。

3.4 SP-ラインの場からシュレーディンガー方程式を導く

シュレーディンガー方程式を古典力学から導く方法は存在しないと考えられてきた。なぜならそれは古典物理学の領域外にあるとみなされており、両者の間の架け橋となる理論を持っていないからである。しかるにここで展開する理論では、前節において存在の確定に関する根源的な考察から導かれた回転放射の場、つまり SP-ラインの場を介してド・ブロイ波の持つ構造を説明することができた。ド・ブロイ波は運動する粒子における回転放射場の引きずり効果 (dragging effect) が対応しており、いわゆるドップラーシフト成分なのである。この成分が古典論で定義される運動量 mv の情報を背負っていた。そこでその運動量と微分演算子の関係を見出せるならば、古典物理学の領域から従来理論におけるシュレーディンガー方程式を導く道筋が見えてくることになる。

式 (3.40) で表される波動関数に現れる $\delta\boldsymbol{k}$ と $\delta\nu$ は第 2 章の (2.55) と (2.56) を充たし、$\gamma m_0 \boldsymbol{v} = \boldsymbol{p}$、さらに (3.34) の表現 $E_k = h(\gamma - 1)\nu^0$ を用いると

$$\delta \boldsymbol{k} = \frac{2\pi}{h}(\eta^0 + 1)\boldsymbol{p} \tag{3.50}$$

$$\delta\nu = \frac{1}{h}(E_k + c\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{\Omega}^0) \tag{3.51}$$

である。波動関数式 (3.40) の空間と時間の偏微分をとると

$$\boldsymbol{\nabla}\phi = i\delta\boldsymbol{k}\phi, \tag{3.52}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = i2\pi\delta\nu\phi \tag{3.53}$$

を得る。2.6 節 (2.51) によって $\nu^0 = 2\pi m_0 c^2/h$ と置き換えて、演算子と物理量との関係を求めれば

$$\boldsymbol{\nabla} = \frac{i}{\hbar}(\eta^0 + 1)\hat{\boldsymbol{p}} \tag{3.54}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}(\hat{E}_k + c\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{\Omega}^0) \tag{3.55}$$

となる。ここにハット (^) を付けた記号は演算子化した物理量を表す。

シュレーディンガー方程式に移るには速度 $\boldsymbol{v}$ が小さい非相対論的力学に移行する必要がある。演算子と運動量 $\boldsymbol{p}$ との関係 (3.54) では $\gamma \simeq 1$ として η^0 はゼロであるとしてよい。したがって

$$\boldsymbol{\nabla} = \frac{i}{\hbar}\hat{\boldsymbol{p}} \tag{3.56}$$

を得る。時間微分演算子と物理量との関係 (3.55) は形式的には変更なく、E_k について (3.34)〜(3.35) に示したように

$$E_k = \frac{\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{p}}{2m_0} \tag{3.57}$$

と解釈すればよい。演算子化すれば

$$\hat{E}_k = \frac{\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \hat{\boldsymbol{p}}}{2m_0} \tag{3.58}$$

となる。

シュレーディンガー方程式の定式化は非相対論的な粒子に関してハミルトニアンを使ったエネルギーの保存則である。上記の運動エネルギー $\hat{E}_k$ にポテンシャルエネルギー V を含む形で

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) \tag{3.59}$$

となり、方程式は

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \hat{H}\phi \tag{3.60}$$

で定義され、結果として

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \boldsymbol{\Delta} \phi + V(x, y, z) \tag{3.61}$$

を得る。

第 2 章図 2.7 において、静止する源による SP-ライン分布と移動する源による SP-ライン分布の重畳に縞模様が現れることを示した。これは空間分布する SP-ライン群の引きずり効果によるずれ成分に対応している。この縞模様がシュレーディンガー方程式の解である波動関数に対応していることを数値計算で示そう。座標系 (x, y, z) の原点 O を一定速度 v で x 軸方向に飛行している粒子を考える。この粒子はポテンシャルエネルギー $V = 0$ の自由粒子とし、その解としての波動関数は速度一定の準定常状態にあるとしよう。そうすると良く知られているように [8]

$$\phi = A \cdot exp\{2\pi i(\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{r})/h - E_k t\} \tag{3.62}$$

で与えられる。ここに A は定数で、従来理論の解釈に従えば、単位面積を単位時間あたり平均して 1 つの粒子が通過する粒子流れを考えると $A = 1/\sqrt{v}$ である。ϕ は r と t の関数であるから、いま $t = 0$ とおいて、SP-ラインは $x - y$ 平面上に限定される場合の ϕ の分布をグラフ化してみよう。v の方向を x 軸の正方向とすれば

$$\frac{\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{r}}{h} = \frac{m_0 c^2}{h} \frac{\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{r}}{c^2} \tag{3.63}$$

ここに第 2 章 (2.52) を用いて SPL ノードの源の放射回転角速度 ω_s と粒子速度 $\boldsymbol{v}$ で表すと

$$\frac{m_0 c^2}{h} \frac{\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{r}}{c^2} = \frac{\omega_s(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{r})}{4\pi c^2} \tag{3.64}$$

となる。これを (3.62) に用いて $t = 0$ として $\phi(r)$ の空間分布を求めると

$$\phi(\boldsymbol{r}) = A \cdot exp\Big(i\omega_s \frac{\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{r}}{2c^2}\Big) \tag{3.65}$$

となる。その波動的性質を二次元面上にグラフとして表示するため、その実数部

$$f = Re\{\phi(\boldsymbol{r})\} = A \cdot \cos(\omega_s \frac{\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{r}}{2c^2}) \tag{3.66}$$

をとる。$\boldsymbol{r}$ をパラメータとして f の 2 乗、f^2 をドットの密度によってグラフ表示すると図 3.3 のような波動が得られる。振幅 A は (3.62) に依れば $1/\sqrt{v}$ であるが、以下の表現式では位相関係だけが問題となるの

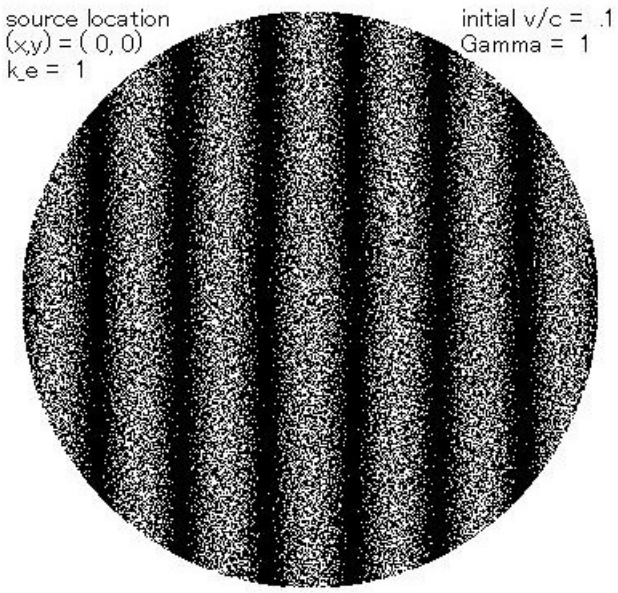

図 3.3　一定速度 v で走る粒子の波動 （$f^2(r)$ のグラフ）。第 II 部付録 A.2 参照。

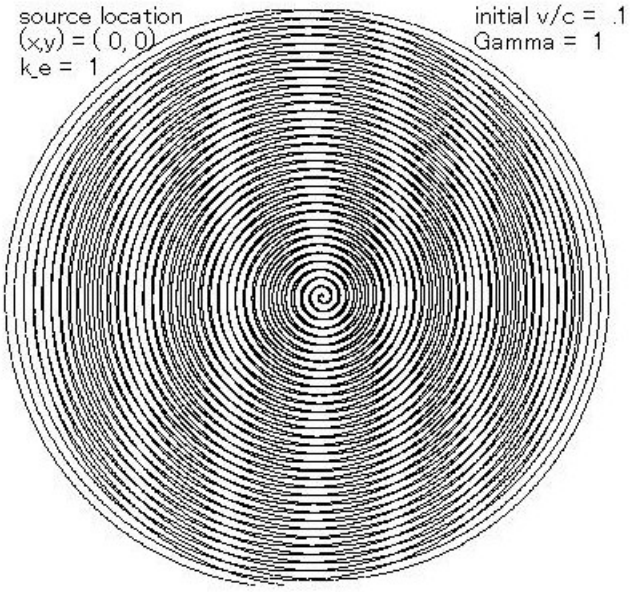

図 3.4　静止する源及び移動する源による SP-ライン空間分布の重畳。第 II 部付録 A.1 参照。

で、とりあえず単位の大きさとした。図形の中心の座標は $(0,0)$ で、飛行する粒子はここに存在する。詳細な計算方法は第 II 部付録 A.2 に掲げてある。

シュレーディンガー方程式の解としての図 3.3 と比較するため、移動系および静止系の SP-ラインのトラジェクトリの重畳図を図 3.4 に再掲しておく。同図中の移動系は図 3.3 の場合に合わせて $v/c = 0.1$ としており、シュレーディンガー方程式は非相対論的であるから $\gamma = 1.0$ とした。図 3.3 と図 3.4 を比較すると、その位相関係が一致しているのが見られる。図に現れる縞模様は SP-ラインの間隔が引きずり効果により、静止する場合から少しづつシフトすることによって生じており、この縞模様は SP-ラインのずれ成分に対応している。トラジェクトリをプロットする方法については第 II 部付録 A.1 に触れている。図 3.4 は単に 2 つの SP-ラインのトラジェクトリを重畳したものであるが、静止する系と移動する系の二つの系の間の変化幅を相対論的に計算し、その大きさを白黒の点群で示したグラフを第 II 部付録 A.3 に示してある。

回転放射する SP-ラインの振る舞いから波動関数の波数ベクトルを見ると次の様になる。源が速度 v で走っているとき、その源が発する SP-ラインのドップラー引きずり効果によるずれ成分 (3.46) が運動量の情報を背負っており、ずれ成分の周期性が波動関数 ϕ の波長を決めている。波長のずれ成分は SP-ラインによって搬送されているので、本来は速度 c で場が周囲空間に伝播するのであるが、このずれ成分の周期性を波長そのものと見なした時、その位相速度は

$$u = \frac{2\pi\delta\nu}{\delta k} = \frac{E_k}{(\eta^0+1)p} \approx \frac{E_k}{p}$$

であり、v が小さい時はド・ブロイ波の位相速度 (3.26) に一致する。

場の源は図 3.4 に示すように確定した場所 $(x_0 = 0,\, y_0 = 0)$ を飛行しているにもかかわらず、この波動には SP-ラインの源の位置に関する情報は何一つ含まれていない。図 3.4 に見られるように、自由粒子に関する限りこの波動の源となる粒子の位置の情報は波動模様のどこにもない。しかし関数 ϕ は SP-ラインのずれ成分がクリアされる距離の繰り返し間隔の周期性を正確に表している。

さて、この理論展開について一つの問題点がある。シュレーディンガー方程式を成り立たせているのはハミルトニアンを使ったエネルギー保存則であり、(3.60) は (3.62) のように関数 ϕ の時間依存の項は運動エネルギー E_k とポテンシャルエネルギー V しか入って来ない。しかるに (3.40) の指数部時間項の $\delta\nu$ は (3.51) で表されるように $c\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0$ なる項が付加している。これは確かにエネルギーの単位を持つ量であるが、その実体が判然としない。この式がシュレーディンガー方程式 (3.61) と両立するためには $(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0) = 0$ を前提にすることが必要であり、$\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{\Omega}^0$ が常に垂直に交わるという条件と同等である。これはボーアの量子条件を導いた時に用いたと同様に、粒子が円運動をするとき観測点を円軌道の中心に置くと成立する。もっと一般的な状況下では粒子と共に飛行する系 K^0 系において観測点は速度 v に直交する面内にあると仮定することである。そうすると $(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega}^0) = 0$ は定常に保たれる。このことを言い換えれば対象となる粒子は K^0 において原点を走っており、観測点を $\boldsymbol{v}$ に直交する面上に置いていることを前提にシュレーディンガー方程式が成立している、と言うことができる。

3.5 熱的揺らぎによって回転放射の場が３次元連続関数になる

SPL ノードは同時刻に３次元空間に等方的に連続分布しているわけではないが、(3.40) の表現を導入することにより $\delta\boldsymbol{k}$ は距離 $\boldsymbol{r}$ の球面上にあることになり、３次元空間内の何れの位置にあっても良く、また何れの方向を向くこともできる。SP-ラインは１時点１方向確定の原理に従っており、素粒子では同時刻に３次元空間に分布する関数ではない。これまでの説明では波動関数が物理的な存在と対応するのは次の条件の

ときである。

> ”回転放射される SP-ラインが (x, y) 2次元平面内に限られるような状況に置かれ、その2次元面内における粒子の相互作用を観測するとき”

この条件は場の源になる粒子が絶対零度の状態にあるか、または何らかの拘束条件により回転放射面が一平面内に拘束されている場合にしか実現しそうにない。しかし束縛がない自由な粒子では一般に熱的ゆらぎの中にあって、SPL ノードが放射される領域は 1 平面でなく、3 次元的に分布する。我々が実際に測定に関わるとき、その時間は素粒子の放射回転 1 回あたりの時間よりかなり長く、熱運動によって回転放射があらゆる方向に分散されるに十分な長さであろう。すると SPL ノードが分布する領域は一平面内でなく、3次元的に分布する。一例として回転放射面が常に揺らぐときの SP-ラインの 3 次元分布の様子を描いて図 3.5 に示そう。このような場合、空間のある 1 点における SP-ラインは必ずしも後続の SP-ラインを持たず、Λ_s なる長さのノードを規定することができないように見える。しかしパラメータ Λ_s は後続の SP-ラインがな

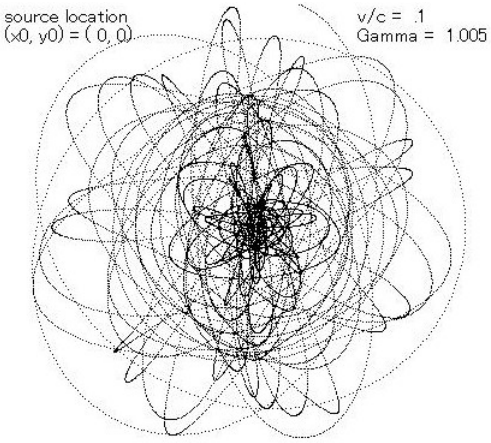

図 3.5　回転軸が熱的揺らぎ状態にある単独の源による SP-ライン 3 次元空間分布。

くても局所的に定まる値である。その値とは SP-ライン上の”光行差”と”ラインの曲率”である。光行差は第 2 章の式 (2.70) によって表され、その式から ω_s について解くと

$$\omega_s = \frac{c}{r}\sqrt{\frac{1}{\sin^2(\theta-\theta')} - 1} \tag{3.67}$$

となる。式中の $\theta - \theta'$ は $\mathbf{\Omega}$ と $\mathbf{\Omega}'$ の角度差から決まり、第 2 章図 2.9 に示した (x, y) 点での SP-ラインの曲率半径はこの曲線に垂直に交わらなければならないから r でなく r' を採用する。すると第 2 章の (2.82) により

$$r = \sqrt{(r')^2 - (c/\omega_s)^2} \tag{3.68}$$

の関係があるから、上 2 式から ω_s について解いて

$$\omega_s = \frac{c}{r'\sin(\theta-\theta')} \tag{3.69}$$

となり、局所における SP-ラインの光行差 $\theta - \theta'$ と曲率半径 r' から決まる値となる。Λ_s は第 2 章 (2.7) の関係によって ω_s から求まるから

$$\Lambda_s = \frac{2\pi c}{\omega_s} = 2\pi r' \sin(\theta - \theta') \tag{3.70}$$

となり、後続の SP-ラインの存在とは無関係に定まる局所パラメータであることがわかる。結局

> ”熱的揺らぎの中にある粒子において SPL ノードが 3 次元分布する場合でも、SP-ラインはパラメータ Λ_s を局所的に持つ”

が成立し、パラメータ Λ_s から導かれる場の特性も常に成立する。単一の粒子においては SPL ノードの放射源は瞬時には一方向にしか放射しないため、図 3.4 のように 3 次元空間分布する場合であっても、同時刻に 3 次元的に連続で等方な場をもつことはない。1 つの源から距離 r の球面を考えると、その球面上を SP-ラインが通過する場所はただの 1 点しかなく、相互作用する場もその球面上では 1 点しかない。実際の相互作用に預かる SP-ラインは「1 時点 1 方向確定」の原理に従っており、空間に対して離散的である。

一般的に考えると、ある条件で拘束された粒子は等方的にランダムに揺らいでいるとは限らない。ある方向に偏った揺らぎをしているかもしれない。そのような粒子が光子を放射するようなふるまいをすると、放射される光子は偏光したものになる。偏光した光子の存在はその放射の源となった粒子の SP-ライン放射の偏光が原因と考えれば良いであろう。そうするともつれあった光子の存在は量子力学の助けを借りなくても、偏光した SP-ラインの放射を持つ一つの粒子から発生したものと見做すことができる。

3.6 波動関数の意味するもの

この理論にょれば、粒子の相互作用を起こす実体は「1 時点 1 方向確定」によって行われている SP-ラインの放射の源からの断続的なパルス状のラインの流れである。SP-ラインは時空間に離散的に存在し、決して 3 次元空間に連続的な値を持つものでは無いのでそのままでは微積分による解析ができない。いま時空のある 1 点に観測者を置いて SP-ラインの流れを観測するとその源である粒子の運動に伴って、波動におけるドップラー効果と同様の飛来周期のずれが生ずる。そのずれ成分の伝播を連続関数で表現できるように複素変数の位相を用いて表現したものが波動関数であると解釈できる。つまり離散的なパルス信号のずれを連続な関数 ϕ で内外挿した数学的表現である。こうすることで微積分という数学的手段が使えるようになり、(3.52),(3.53) のような微分演算子の導入も可能になる。また波動関数はその数学的構造から「1 時点多方向確定」、つまり 3 次元空間に連続的に値を持つことになるから、この関数は各瞬間には SP-ラインが存在しない空間であっても確率的には SP-ラインが飛来する可能性のある空間であり、そこに存在する素粒子との相互作用が許容される空間として値を持つようになる。この意味でシュレーディンガー方程式の波動関数は系全体のエネルギーと運動量に関する情報を波動的パラメータ (位相) に背負わせて搬送する数学的な解析手法であると見做す事ができる。またこの関数のふるまいが系のエネルギーの保存則によって規定されているため、波動関数は SP-ラインという不連続体のエネルギー依存形態、主として SP-ライン飛来頻度のエネルギー依存、をも代表しているとみなすことができる。

3.4 節に取り扱った理論では波動関数を想定するとき必ず 2 つの粒子を想定する。一つは飛行する粒子であり、もう一つは観測者に対して静止した (同じ) 質量を持つ粒子である。静止する粒子は実際には存在しなくても良く、想定するだけで良い。関数 ϕ の二乗の数値は運動する粒子からの SP-ラインと静止する粒子の SP-ラインの重なる場合を 1 とし、前後二つのパルスの中間に来た時をゼロとする。この値は 2 つの SP-

ラインが接近して相互作用を起こす可能性を表していると考えられる。図 3.4 に示したところによれば、波動関数が値を持つ範囲のどこかで相互作用が行われることしか判らない。この関数を規定する方程式がエネルギー、運動量であることから、その時間微分値がエネルギーに、空間微分値が運動量に対応する。関数の中に入る位置情報は、SP-ライン分布に対応した波動関数の空間依存の形を表すだけであって、「もしここで相互作用があったとすれば」という許容される度合いは表しても実際に粒子が存在する位置を表すものではない。「許容の度合い」という言葉を「粒子の持つエネルギー、運動量が他の粒子と相互作用して発現すること」と言い換えてみよう。ここで「発現する」とは、他の粒子との間にエネルギーや運動量の交換が行われたり、光子を放射したりするということである。例えば玉突きのボールがある一定のスピードで走ってゆき、もう１つのボールと衝突をするとしよう。このときもしボールの直径くらいの範囲で位置の確定ができないとするなら、正確な衝突の点は決められないことになる。しかし衝突されたボールは運動量およびエネルギー保存の成立する範囲で様々な速度と方向をとる可能性はその形状から計算できるであろう。これが「許容される度合い」である。ここではもちろん形状はなく、代わりに SP-ラインの流れがあり、その作用を表す波動関数がある。

観測は飛行する粒子と観測器内に実存し、静止する粒子の間の相互作用によって行われる。エネルギー、運動量を交換して相手の粒子を反跳させるとか、光子を放射するとか、相互作用が起こり、その結果発生した原子構造変化や光子の発生を検出して観測過程を終了する。粒子の波動関数はエネルギーと運動量の交換が行われた時点で新たな関数に変化する。たとえば、もし全ての運動量を受け渡してしまえば、SP-ラインの源は静止し、SP-ラインのずれ成分はゼロになって波動関数の周波数はゼロになり、波長は無限大になる。周波数がゼロになってもそれは運動量がゼロ、つまり、静止する粒子とのずれ成分がゼロになった状態を示しているだけであり、SP-ラインの源はどこかに静止して存在する。観測が終わった後、粒子が残存のエネルギーと運動量を持てばそれに応じた SPL ノードを放射し続け、そのずれ成分に対応した波動関数を持ち続ける。波動関数は相互作用が許容される程度を示すのであるから観測が行われたあと波束が収縮することは必要ない。相互作用が起こったその場所と SP-ライン放射の源の位置とは必ずしも一致しない。また２つの粒子がどの程度近づいたらこれら相互作用が発生するかも波動関数からは把握できない。

(従来の量子力学解釈との違い)

従来の量子力学の解釈では波動関数の振幅の二乗を粒子の存在の確率と解釈する。これはボルン [9] の提案によるが、その根拠は「観測結果に一致する」ということであった。しかし波動関数は上に述べたように離散信号の内外挿の役割を持つ。そのような波動関数を「存在の確率」と解釈するには無理がある。「許容される度合い」と「確率」とはどう異なるであろうか。確率という言葉は、多数回の測定によって得られたデータを処理して得られる統計上の計数値を意味しており、理論的に計算される確率は、ある確率過程の計算メカニズムを設定して無限回の試行計算を行ったとき導かれる一つの極限値である。「確率」の言葉を使う限り、多数回の計測又は試行計算が背景になければならない。許容の度合いを「確率」の形式で表現したものが波動関数だと言い換えても良いが、波動関数を確率分布と解釈してしまうと力学の基本原理は確率が支配していると認識せざるを得ない。果たして自然界はそうなっているのであろうか。

従来の量子力学にはその解釈問題をめぐっていくつかの考え方があるが、コペンハーゲン解釈では、観測が行われると「波の収縮が起こる」とし、その過程を因果的に考えることを放棄する。これまでの物理学者は長年、量子は観測によってその多様な振る舞いの可能性が失われ、そのうちの１つが実現するという「収縮」を考えてきたが、これが観測問題としてさまざまな問題を引き起こしてきた。フックス [12] は収縮するのは量子系でなく、我々の認識の不確定の方だと主張している。これは波動関数の背後にある SP-ライン

の構造を除けばこの理論の解釈結果と奇妙に一致する。ボーアの相補性理論についても同じであるが、この理論では微視的世界と巨視的世界で異なる原理を使い分ける必要はない。

この理論では SP-ラインの源である粒子は常にある確定的な場所に存在していることを前提にしており、その場所は第 I 部 2.1 節の図 2.1 に示したように観測系の原点 $(0,0,0)$ に置かれている。粒子が確定的な位置を走っているとする点ではボーム [11] によって提唱された量子力学の解釈と似通っている。しかし決定的な違いは波動関数が相対論的な SP-ラインの放射の場のドップラー遅延波動と解釈される点である。SP-ラインは第 2 章で取り扱ったようにスピンの原因となる実体であり、また荷電粒子においては電荷を表す場そのものであり、場を背負う実態である。それは非局所的な信号伝達の機構を一切持たない。局所的な信号伝播をする SP-ラインという現実に存在する離散的な場を波動関数という数学的表現に置き換えて微積分を可能にしたものと見なすといわゆる「シュレーディンガーの苦悩」[13] に終止符を打つことになろう。しかしだからと言って確定的な SP-ラインの源としての粒子の挙動が全て明らかになったわけではない。

3.7 SP-ラインの場と不確定性

ある瞬間に SP-ラインの源の放射する SPL ノードの分布と放射回転方向が精密に知られており、この SP-ラインの源が受ける他の SPL ノードのずれ成分の変化率が判れば、その源である粒子の未来における運動はその運動方程式によって決定されるであろう。SP-ラインの放射の源は常に位置座標をもって移動する粒子的存在である。この意味で回転放射する SPL ノードの理論は確定論的である。

一方、そこから放射される SPL ノードの場は正弦波の形こそしていないが、時空間を伝播する波動場である。時間点を固定し、連続した空間上に多数の観測点を配置して場を観測するとしよう。そうすると一本の SP-ラインと次の SP-ラインの間では場についての情報が欠落している。また空間点を固定して、１空間点で飛来する SP-ラインを時間的に連続に観測すると時間巾 $\tau_s = \Lambda_s/c$ で情報が途切れる。このため SPL ノードの空間間隔及び時間間隔内で場は不確定である。かくしてこの理論においても不確定性は現れる。

SP-ラインの場における不確定性関係には２種類のものがある。１つは同時刻に場の量を決定するために必要な情報が途切れていることから発生する不確定性であり、これを「第１種の不確定性」と呼ぼう。もう１つは SP-ラインのずれ成分が力学的パラメータを搬送することに基づいており、この力学的パラメータを確定するに足りる SP-ライン数を受信していないときに発生するものである。古典論で開発してきた微分手法による微分値で表される物理量を確定するための情報が完全にそろわない状態で、これを「第２種の不確定性」と呼ぼう。

第１種の不確定性から述べよう。SP-ラインの空間間隔は信号がとぎれており、その源となる粒子の存在確定に関しては、時間を固定したとき第 2 章 (2.7) と (2.52) によって決まる大きさ Λ_s より小さい距離に対して分解能を持たない。したがって確定できる距離間隔は

$$\Delta r \geq \Lambda_s = \frac{h/2}{m_0 c} \tag{3.71}$$

である。Δr と第 I 部第 5 章 5.2 節で定義した一般化 4 元運動量・エネルギーベクトルの 4 次元部分 $P_t(= m_0 c\Omega_t)$ との積をとれば、

$$\Delta r P_t \geq \frac{h}{2} \tag{3.72}$$

となる。次に、空間上のある固定点で飛来する SP-ラインを観測するとしよう。情報がとぎれる微小な時間

間隔は SP-ラインの飛来間隔に等しいから、確定できる時間間隔は

$$\Delta t \geq \frac{\Lambda_s}{c} = \frac{h/2}{m_0 c^2} \tag{3.73}$$

である。Δt と静止質量エネルギー $E(= m_0 c^2)$ との積をとると

$$\Delta t E \geq \frac{h}{2} \tag{3.74}$$

となる。この関係式は質量 m_0 なる粒子が観測系 K に静止している場合である。ここでは m_0 が有限の粒子の質量である限り、決して $\Delta r \to \infty$ となることはないし、また $\Delta t \to \infty$ にもならない。一般化 4 元運動量・エネルギーは量子論で言う確定性の限界を示す関係式と類似の形式を持つが、不確定性の限界は SP-ラインの間隔、つまりコンプトン波長の 2 分の 1（$h/2mc$) 程度の空間に閉じこめられている。粒子の質量を SP-ラインから定めるためには上 2 式で表される空間または時間について観測しなければ確定できないことを意味している。

第 2 種の不確定性は運動量 $\boldsymbol{p}$ と運動エネルギー E_k と時空間に関するものである。SP-ラインの飛来周波数のドップラーシフトのずれ成分がクリアされる様子を図 3.2 に示し、繰り返し長さ $\bar{\lambda}$ を (3.46) に記したが、この長さはずれ成分がクリアされるまで定めることができない。そこで $\bar{\lambda}$ を確定するために必要な距離ベクトルを $\delta\boldsymbol{r}$ とすると

$$\delta\boldsymbol{r} \geq \bar{\lambda}\boldsymbol{\Omega} \tag{3.75}$$

である。そうすると第 2 章 (2.58) から $\boldsymbol{p} \cdot \bar{\lambda}\boldsymbol{\Omega} = h$ であるから

$$(\delta\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{p}) \geq (\bar{\lambda}\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{p}) = h \tag{3.76}$$

となる。

次に測定位置を固定して SP-ライン飛来のドップラーシフト成分がクリアされることを確認するとしよう。このために必要な時間は

$$\delta t \geq \frac{\bar{\lambda}}{c} \tag{3.77}$$

である。第 I 部 5.2 節で定義した一般化 4 元運動量・エネルギーによれば、(3.74) の中に現れる E は静止質量エネルギー E_0 と運動によって付け加わるエネルギー δE に分けられ、δE はさらに運動エネルギー E_k と $\hat{E}$ に分けられる。これに (2.58) の関係式を用いると

$$\bar{E} = c(\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{\Omega}) = h\frac{c}{\bar{\lambda}} \tag{3.78}$$

である。そこで δt と $\hat{E}$ との積をつくると

$$\delta t \bar{E} \geq h \tag{3.79}$$

を得る。上記の関係では粒子速度がゼロに近づくと $\boldsymbol{p} \to 0$ となり、$\bar{\lambda}$ が無限大に近づく。したがって $\delta\boldsymbol{r} \to \infty$ が発生しうる。

回転放射する SP-ラインの理論では、その飛来周波数のドップラーずれ成分がニュートン力学上の運動量の情報を背負っていて、数個の SPL ノードの通過を感知しただけでは運動量の決定ができず、少なくともずれ成分のクリアが完了するまでのシーケンスを観測しなければ決定できないことを意味する。これらの関係はいずれも、周波数変調された電波（FM 波）の変調成分と搬送波との関係に非常によく似ている。これは

FM ラジオ波が少なくとも変調位相の１周期分以上を受信しなければ搬送されている波動を検知できないのと同じ理屈である。この不確定性は測定によって対象が乱されることで発生するものとは無関係である。

ここに述べる不確定性は「情報を持たない」ことからくる不確定性であって、１時点多空間点をとると場は不連続であるが、SPL ノードは高速 c で常に空間をスイープするため、空間は時間を通して連続体を構成し、因果関係は厳密に成立している。この性質は物理現象が時空間に確定されていく因果関係を規定しているもので、むしろ“確定性関係”を規定する。この理論における確定性関係は「１時点１方向確定」の原理から必然的に導かれた２次的なものであって、不確定性そのものを原理とすることは適切でない。

これら不確定性は相互作用をする場が背負うパラメータの不確定性であって、粒子の存在位置に関するものではない。では SP-ラインで表現された場の源となる粒子の移動する状態を記述する運動方程式はいかなるものになるのであろうか。残念ながらこの答えはまだ得られていない。粒子の運動方程式は確定論的な微分方程式で取り扱えるという保証も得られていないし、また SPL ノードの分布と放射回転方向の初期値を予め正確に把握する手法も見出されていない。

参考文献

[1] C. Møller, The Theory of Relativity, Oxforf University Press, London(1952), VII, §84, eq.9(p225)

[2] アーノルド・ゾンマーフェルト, 力学, 理論物理学講座 I, 訳者: 高橋安太郎, p250, 講談社 (1969)

[3] 朝永振一郎　「量子力学」I, みすず書房 (1960)

[4] ド・ブロイ, 河野與一訳, 「光と物質」, 下巻, p33

[5] 朝永振一郎　「量子力学」II, みすず書房, (1963) . ここで言う波動力学および ド・ブロイ 波とはこの朝永テキストの p.17. において用いられている呼び方にしたがって記述されている。

[6] 同上, p.202-246

[7] バスティン編「量子力学は越えられるか」柳瀬睦男、他　訳　東京図書 (1973) "QUANTUM THEORY AND BEYOND", edited by Ted Bastin, Camridge University Press, London (1971)

[8] エリ・ランダウ、イエ・リフシッツ「量子力学」好村滋洋、井上健男訳 p58, 東京図書株式会社 (1975)

[9] Born, M. Atomic Physics (Blackie, 1944)(ボルン「現代物理学」鈴木、金 関　訳　みすず書房.

[10] H. Everett, Rev. Mod. Phys. 29, 454(1957)

[11] D. Bohm, A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables, Phys. Rev. 85(1952), p.166-179

[12] Christooher A. Fuchs, Quantum Mechanics as Quantum Information http://arXiv.org/abs/quant-ph/0205039; G. マッサー、「やっぱり神はサイコロを振らない？」　日経サイエンス　第 34 巻第 12 号, p.70, 日経サイエンス社 (2004.12)

[13] ピーター・ギビンス 「量子論理の限界」　金子　務、宇多村俊介　訳　産業図書 (1992), p.81 Original: Peter Gibbins, "Particles and Paradoxes", The Limits of Quantum Logic, Little Ltd, London(1987). シュレーディンガーはコペンハーゲンでの論戦で「もしこんな忌まわしい量子飛躍と付き合ってゆかねばならないのなら、自分が原子論の研究を始めてしまったのがじつに残念だ」と叫んだと記載されている。

[14] ポアンカレ著、「科学と仮説」河野伊三郎訳　p.133 岩波書店 (1982) Original: Henri Poincar *é*, La Science et l'Hypothé*se*.