

量子論・古典論の統一はできるか
第 II 部 回転放射の場と波動場 [第 3 章]

松原邦彦

2021 年 5 月 16 日

目次

第3章	回転放射の場から波動場を導く	35
3.1	回転放射の理論でボーアの水素原子モデルを説明する	35
3.2	回転放射の場によってド・ブロイ波を解釈する	39
3.3	波動関数の波数ベクトルの解釈	42
3.4	SP-ラインの場からシュレーディンガー方程式を導く	44
3.5	熱的揺らぎによって回転放射の場が3次元連続関数になる	47
3.6	波動関数の意味するもの—相互作用の発現が許容される度合い	49
3.7	SP-ラインの場と不確定性	51
参考文献		54

第3章

回転放射の場から波動場を導く

第1章に導いたスパイラルパルスライン (SP-ライン) の場は決して連続的な波動、いわゆるサイン波またはそれらの重ね合わせではない。以下にたびたび周期という言葉が使われるが、この理論における周期とは SP-ラインの飛来周期である。それは確定した速度と確定した位置をもつ源の放射する信号であり、その概念は量子力学のそれと対立する。それにもかかわらず、前節で説明したようにパルス信号の飛来周期や波数ベクトルは量子力学における基本関係式と類似の表式によって表される。量子力学の幕開けに現れたボーアの水素原子モデルの理論においては、波動の考えは現れておらず、とびとびの値を持つ量子条件が主なテーマであった。この回転放射の場の理論からその量子条件に関してどのような解釈になるか述べておこう。次に現れたド・ブロイ波または波動力学について、同じようにこの理論による解釈を当てはめるとどうなるであろうか。そこでは従来の量子力学の出発点となった波動とは異なる周期的信号の伝播機構を用いることになる。続いてシュレーディンガー方程式をこの理論から導いてみよう。その時波動関数の解釈はどうなるのであろうか。驚くべきことに、そこでは従来理論では考えられなかった性質、すなわち波動関数の背後に因果律を保持した物理的な機構が存在していることが示される。

波動関数の物理的解釈に関連して、従来の量子力学における解釈とこの理論における解釈の違いについて検討しておこう。またこの理論においても従来の量子力学が示す不確定性と類似の不確定性をもつ。しかしこの理論ではそれは決して「原理」ではなく、時空間の成り立ちに備わった関係に過ぎないことが示される。

3.1 回転放射の理論でボーアの水素原子モデルを説明する

ボーアは 1913 年、新しい仮説を用いて水素原子のモデルを提唱し、水素原子の光スペクトルの説明に成功した。このとき用いた仮説は

“原子核の周りを回る電子がある一定条件を満たす状態にあるときにのみ安定に存在する。”
というものであった。この安定な定常状態の条件として

$$2\pi r_0 \times m_0 v = nh \quad (3.1)$$

を仮定した。ここに v は核の周りをまわる電子の速度、 r_0 は電子の周回半径、 m_0 は電子の質量、 h はプランク定数である。この条件を「ボーアの量子化条件」と呼び、その後展開される前期量子論の基礎条件となった。この条件の依って来たるべき理由を探索することからその後の量子力学の展開が始まったという経過がある。ボーアの次に現れたド・ブロイの波動力学ではボーアの量子条件は粒子の運動軌道に沿った波動の共振条件で説明できることが示された。ここでは SP-ライン回転放射の理論からボーアの量子条件の成立

を説明して見ようと思う。

波力学によると、運動粒子の軌道に沿って伝播する波動があるとして、その波動が軌道を一周するときに閉じる条件を満たす軌道だけが選ばれる。この条件を SPL ノードの理論に当てはめて考えて見よう。図 3.1 に示すように円の中心に原子核を置き、その周囲に円に沿って軌道回転する電子を考える。第 2 章 2.3

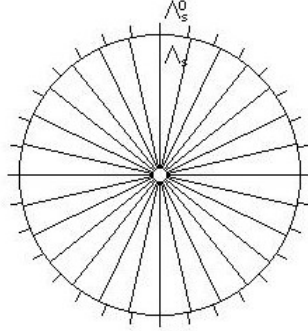


図 3.1 原子核の周囲を周回する電子が円軌道に沿って放射する SPL ノード間隔

から 2.6 で述べたところによれば電子は SPL ノードを回転放射する。そこでは飛来する SPL ノード間隔の変化分が運動力学の上で大切な役割を果たしている。いま静止していたとき Λ_s^0 なる飛来ノード間隔を持っていた電子が一定速度 v を持つと飛来間隔は Λ_s になる。飛行する電子のノード間隔はローレンツ収縮+ドップラー効果による引きずりを起こして

$$\Lambda_s = \Lambda_s^0 \gamma \left(1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \bar{\Omega}}{c}\right) \quad (3.2)$$

となる。 $\bar{\Omega}$ は観測点と飛行粒子の点を結ぶ方向を表す単位ベクトルである。これは直線運動であっても円軌道運動でも成立する。円軌道運動の場合を考えて観測者（作用を受ける点）を原子核の位置、円の中心に置くと \mathbf{v} と $\bar{\Omega}$ は常に直角に交わり、 $\mathbf{v} \cdot \bar{\Omega} = 0$ となる。そうすると $\Lambda_s = \gamma \Lambda_s^0$ となり、速度 v に対して $\Lambda_s > \Lambda_s^0$ である。中心にいる観測者が観測する飛行電子の Λ_s を電子軌道に沿って示したのが図 3.1 の円の内側の区切り線であり、径方向に引いた直線群はその信号が伝播してくる経路である。静止時の電子の Λ_s^0 に対して伸びた間隔 $\Lambda_s - \Lambda_s^0$ が k 回続くと丁度間隔 Λ_s と同じ長さになる。つまり飛行粒子の SPL ノード長さの伸長分は k 回目で 1 パルス間隔分になり、パルス位置は 1 つずれたものと一致する。

$$k = \frac{\Lambda_s}{\Lambda_s - \Lambda_s^0} \quad (3.3)$$

ここに k は整数とは限らない。これを 1 周期とみなして k 回 Λ_s^0 を繰り返す周期間隔を Λ_k とすれば、

$$\Lambda_k = k \Lambda_s = \frac{\Lambda_s \Lambda_s}{\Lambda_s - \Lambda_s^0} \quad (3.4)$$

である。信号は軌道の周方向にも光速 c で伝播するから、この周期間隔 Λ_k を SPL ノードが円周方向に伝播する時間 τ_k は

$$\tau_k = \frac{\Lambda_k}{c} = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{\Lambda_s^0}{c} \quad (3.5)$$

となる。ここで $\Lambda_s^0/c = 1/\nu_s^0$ であり、 ν_s^0 は 2.6 節の式 (2.52)、ただし $k_s = 1$ 、によって SPL ノードの回転放射角速度と次の関係で結ばれ、

$$\nu_s^0 = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{m_0 c^2}{h/2} \quad (3.6)$$

である。そうすると (3.5) は

$$\tau_k = \frac{\gamma h/2}{(\gamma - 1)m_0 c^2} \quad (3.7)$$

となる。

一方、一定速度 v で半径 r_0 の円運動を行う電子の 1 回あたりの周回時間を τ とすれば

$$\tau = 2\pi\gamma r_0/v \quad (3.8)$$

である。これは回転ディスク上の半径 r_0 の場所に電子を置いて $r_0\omega = v$ となるような回転角速度 ω でディスクを回した時、回転の中心 $r = 0$ の点で観測する r_0 点の周回時間を求めるのと同じ問題である [1]。電子と共に走る系に置いた標準時計で測定する一周の時間を τ_0 とすると $\tau_0 = 2\pi r_0/v$ であるが、 $r = 0$ の点にいる観測者の時計（原子核のある中心位置での時計）で測ると周回速度 v のため $\tau = \gamma\tau_0$ である。

いま、 τ_k を基本モードとして、その n 倍 ($n = 1, 2, 3, \dots$) のとき、つまり

$$\tau = n\tau_k \quad (3.9)$$

が成立するとき原子は安定状態を保つとする。そうすると (3.8) と (3.9) を等しいと置いて

$$2\pi r_0 \times m_0(\gamma - 1) \frac{c^2}{v} = n \frac{h}{2} \quad (3.10)$$

が導かれる。

上式に現れる $m_0 c^2(\gamma - 1)$ の解釈について触れておこう。電子の速度が光速に比べて十分小さいとき、

$$\gamma - 1 \approx \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (3.11)$$

と近似すれば

$$m_0 c^2(\gamma - 1) \approx \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (3.12)$$

となって非相対論的な場合の運動エネルギーになる。このとき (3.10) はまさにボーアが掲げた式 (3.1) となる。

この理論によれば、ローレンツ収縮/ドップラー引きずりが 1 パルス間隔分に達する周期 τ_k の整数倍の時間をかけて電子が回るとき定常状態を保つということになる。ボーアの量子条件は、ニュートン力学的近似に対応する。とは言いながら、SP-ラインの性質とローレンツ収縮/ドップラー引きずり効果という特殊相対性に依拠することは驚くべきことである。この状態を巨視的な事象によって説明を試みよう。運動場に大きな円形トラックを描き、スタート点 S からランナーが一定速度で走りだす。ランナーは光発信機を持っており、円の中心にいる観測者に一定間隔でパルス状の光信号を送る。観測者も光パルス発信機を持っており、2つは最初に同期させておく。ランナーは走る速度に応じてパルス間隔が短くなるようにしておく。ランナーが S 点を通過するとき観測者が持つ発信機の光パルスと同期すれば 2 つのパルス発信器間の干渉は走者がトラックを 1 周するごとに同じ状態を繰り返し、定常的に同一パターンを繰り返す。これが定常状態の実現の条件となる。もし 1 周後に同期がとれないと何らかの力がランナーと中心の観測者との間に働いて、ランナーははじかれてしまうか、定常軌道から外されてしまう。原子においては、走る電子のパルス発信の間隔の調整は時空の特殊相対性が自動的に行ってくれるという訳である。

回転放射する SPL ノード場の理論による解釈では、ボーアの量子条件は非相対論的近似である。厳密に取り扱えば (3.10) が量子条件にならなければならない。ここに展開する SPL ノードの理論に依ると

この解釈は水素原子のモデルに変更をもたらす。電子が角速度 $\omega = v/r_0$ で円運動をするとき、古典力学に依拠すると、遠心力はクーロン力による向心力と釣り合い、運動エネルギーとの間に

$$2E = \frac{e^2}{r_0} \quad (3.13)$$

の関係が成立する。但しガウス単位系を用いて表現している。この表現形式は認めるとして、相対論的に厳密な取り扱いをするのであれば上記 E は相対論的に取り扱った粒子の運動エネルギー

$$E = (\gamma - 1)m_0c^2 \quad (3.14)$$

を用いることになる。すると量子条件 (3.10) から

$$2\pi r_0 \frac{E}{v} = n \frac{h}{2} \quad (3.15)$$

を得て、式 (3.13)、(3.15) から v について解いて、

$$v = \frac{2\pi e^2}{nh} \quad (3.16)$$

を得る。 r_0 は相対論的に厳密に求めたボーア半径と呼ばれるものに相当し、式 (3.14)、(3.15) から

$$r_0 = \frac{e^2}{2(\gamma - 1)m_0c^2} \quad (3.17)$$

と求まる。これに対し従来理論におけるボーア半径は

$$r_B = \frac{h^2}{4\pi^2 m_0 e^2} \quad (3.18)$$

で表される。これと (3.17) との差はどれくらいであろうか。以下に数値的検討をしておこう。

$$e = 4.80320467 \times 10^{-10} \text{ (esu)}, \quad h = 6.62607015 \times 10^{-27} \text{ (erg} \cdot \text{s)}, \quad m_0 = 9.10938370 \times 10^{-28} \text{ (g)}$$

として、この理論によるボーア半径と従来理論による値との比較は

$$\text{(相対論)} \quad 5.29156076 \times 10^{-9} \text{ (cm)}, \quad \text{(非相対論)} \quad 5.29177211 \times 10^{-9} \text{ (cm)}.$$

となり、 r_0/r_B は 0.99996006 で補正幅は非常に小さい。

ボーアの量子条件は (3.10) 式の表現式を使うべきとすれば原子の軌道電子の磁気モーメントにも影響を持って来る。磁気モーメントの計算には円電流を用いて $\mu = i\pi r_0^2/c$ として計算される。いまガウス単位系を使っているので c が付く。電子の軌道運動による等価円電流を $i = ev/(2\pi r_0)$ とすると

$$\mu = \frac{1}{2c} e r_0 v \quad (3.19)$$

である。従来理論のボーア磁子は (3.1) を v について解いて上式に代入して

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m_0 c} \quad (3.20)$$

と表現する。この理論では組み合わせるべき式は (3.10) である。そうすると v は (3.16)、 r_0 は (3.17) を用いて

$$\mu_M = \frac{\pi}{2hc} \frac{e^5}{(\gamma - 1)m_0c^2} \quad (3.21)$$

となる。その数値的評価は次の通りである。

$$(\text{相対論}) \quad 9.27363952 \times 10^{-21} \text{ (emu)}, \quad (\text{非相対論}) \quad 9.2740099 \times 10^{-21} \text{ (emu)}.$$

μ_M/μ_B を評価すると 0.99996006 (−) で、やはり補正幅は非常に小さく、実験的検証には測定値の有効桁数 5 桁以上が必要であるが、この差が実験的に証明されるなら、この理論の確からしさが得られるであろう。

3.2 回転放射の場によってド・ブロイ波を解釈する

物質の波動論におけるいわゆるド・ブロイ-アインシュタインの関係は

$$E = h\tilde{\nu} \tag{3.22}$$

$$p = h/\tilde{\lambda} \tag{3.23}$$

である。ここにド・ブロイ波のエネルギーを E 、対応する周波数を $\tilde{\nu}$ 、運動量を p 、波長を $\tilde{\lambda}$ で表わす。従来の波動力学に現れる物理量にはティルダ ($\tilde{}$) を付けて、このレポートで導入している理論における周波数や波長と区別しておく。ド・ブロイは物質粒子である電子も上記の波動性を伴うとしてボーアの量子条件が説明できると提起した。彼は波動力学を提示後、粒子を波動現象における一つの特異点と見做す考えを持っていた。粒子の等速運動においてはそのような波の方程式の解を見出すことは可能であったが、しかしこれを一般化して速度が変化する場合に拡張することは極めて困難であったと述べている [4]。この波の位相速度は

$$u = \tilde{\nu}\tilde{\lambda} = \frac{E}{p} \tag{3.24}$$

で与えられる。相対論を考える必要のない小さい速度の範囲では

$$E = \frac{1}{2m_0}p^2 \tag{3.25}$$

であるから波動における位相速度 (3.24) は

$$u = \frac{E}{p} = \frac{1}{2}v \tag{3.26}$$

となり、粒子の速度に一致しない。静止質量エネルギーも考慮に入れて、相対論を考慮する必要がある大きい速度を想定すれば、 $E = mc^2$ であるから位相速度は

$$u = \frac{E}{p} = \frac{c^2}{v} \tag{3.27}$$

となり、今度は光速を越えてしまい、位相速度が物質粒子の速度 v に一致しない。そこで波動力学ではいわゆる波束を考え、その群速度が v に一致するようにしている。しかしながら、良く知られているように、そのような波束は一般に不安定で、波束による粒子の描像は破綻をきたす。

彼はその後第 5 回ソルベール会議において、粒子は波によって導かれ、波は水先案内の役目をするという「パイロット波理論」を発表したが、一般には受け入れられなかった。この考え方はデビット・ボームに引き継がれ、より一般的に解釈したボームの理論を生んだ。しかしこの考えも非局所的な理論を含むことから一般には受け入れられていない。物質波とは一体何ものなのか答えることができないまま、波動関数として数学的記述することで満足してきたのが現状であると言えよう。

この節では SP-ラインの場によってド・ブroy波の成り立ちを説明してみよう。SP-ラインの場は物質の「存在確定」の信号であり、第2章で取り扱ったように運動量、角運動量の担い手である。第I部で取り扱ったところによれば回転放射を考慮しない1時点多方向放射の場合では電磁場の担い手でもある。2.9節によればスピン磁気能率の担い手でもある。すでに2.6節においてド・ブroy波と良く似た SPL ノード場の関係式が得られている。式(2.53)において $m_0c^2 = E$ と置けば

$$E = h\nu \quad (2.53')$$

が得られ、(3.22)と同形の関係式が得られる。また運動量に関しては

$$\mathbf{p} \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}} = \frac{h}{\tilde{\lambda}} \quad (2.58)$$

が得られている。しかしながらこの理論に現れる ν や Λ は(2.9)あるいは図2.5に示すようなパルス信号を乗せて時空を伝播する波動のパラメータであり、波動力学に現れる $\tilde{\nu}$ や $\tilde{\lambda}$ と異なる。

ド・ブroy-アインシュタインの関係式(3.22), (3.23)に現れる $\tilde{\nu}$ や $\tilde{\lambda}$ はこの理論に現れる SP-ラインの飛来頻度 ν と SPL ノード長さ Λ とどのような関係にあるかを示しておこう。運動量、運動エネルギーに関して相対論を無視できない高速な粒子の場合と非相対論的な取り扱いができる低速度の粒子の場合とがある。まず相対論的な粒子の場合を取り扱おう。運動エネルギーと静止エネルギーを含む全エネルギーは $E = \gamma m_0 c^2$ であるとして(2.53)の両辺に γ を掛けて

$$\gamma\nu = E/h \quad (3.28)$$

が得られるから

$$\gamma\nu \rightarrow \tilde{\nu} \quad (3.29)$$

とすると $\gamma\nu$ は(3.22)と同じ関係式を充たす。次に $\tilde{\lambda}$ との対応関係を調べよう。(2.37)を(2.58)に代入すると

$$\mathbf{p} \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}} = h \frac{\gamma}{c\Lambda} (\mathbf{v} \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}}) \quad (3.30)$$

が得られるから式中の $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$ を消去すると

$$\mathbf{p} = h \frac{\gamma \mathbf{v}}{c\Lambda} \quad (3.31)$$

が得られる。両辺の絶対値を採ったうえで

$$\frac{c}{\gamma v} \Lambda \rightarrow \tilde{\lambda} \quad (3.32)$$

とすると $\tilde{\lambda}$ は(3.23)と同じ関係式を充たす。

非相対論的な粒子速度の場合には運動エネルギーは $E_k = (1/2)m_0v^2$ であり、これは

$$E_k = \epsilon^* - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2 \quad (3.33)$$

の $\gamma \approx 1$ の近似を採ったものである。そこでこの式の右辺に2.5節(2.41)と(2.42)を用い、系II-1を採用して $h^* \rightarrow h$ であるとすれば

$$E_k = h\nu^* - h\nu = h(\gamma - 1)\nu \quad (3.34)$$

と表される。

$$\gamma - 1 \approx \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (3.35)$$

と近似した上で

$$\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \nu \rightarrow \tilde{\nu} \quad (3.36)$$

とすれば $\tilde{\nu}$ は (3.22) と同じ関係式を充たす。 $\tilde{\lambda}$ との対応関係については (3.31) において $\gamma \approx 1$ として

$$\frac{c}{v} \Lambda \rightarrow \tilde{\lambda} \quad (3.37)$$

とすれば $\tilde{\lambda}$ は (3.23) と同じ関係式が成立する。

位相速度について相対論的な粒子速度の場合は $E = \gamma m_0 c^2$ であるから

$$u = \frac{E}{p} = \frac{\gamma m_0 c^2}{\gamma m_0 v} = \frac{c^2}{v} \quad (3.38)$$

となり、(3.27) が実現する。非相対論的な場合

$$u = \frac{E_k}{p} = \frac{(\gamma - 1)m_0 c^2}{m_0 v} \approx \frac{(1/2)m_0 v^2}{m_0 v} = \frac{1}{2}v \quad (3.39)$$

となり、(3.26) が実現する。結果をまとめると

(1) 相対論的な粒子速度では、光速で伝播する SP-ラインの飛来頻度の引きずり効果 (dragging effect) による変化分

$$\delta\nu = \nu\gamma \frac{\mathbf{v} \cdot \tilde{\boldsymbol{\Omega}}}{c} - \nu(\gamma - 1) \quad (2.5 \text{ 節 } 2.26)$$

のうち $\mathbf{v} \cdot \tilde{\boldsymbol{\Omega}}$ の項を無視し、 $\nu(\gamma - 1)$ を周波数とする。波長については SPL ノード長さの変化分

$$\frac{c}{\gamma v} \Lambda$$

を採用し、

(2) 非相対論的な粒子速度では、SP-ライン飛来頻度の相対論的ずれから得られる近似値

$$(\gamma - 1)\nu \approx \frac{1}{2}\beta^2\nu$$

を周波数とし、SPL ノードの長さの引きずり効果による変化分

$$\frac{c}{\gamma v} \Lambda \approx \frac{c}{v} \Lambda$$

を波長とみなすと、そのような波がド・プロイ波に対応する。波動力学上の特性値は SPL ノード伝播のパラメータを使って表わすことができる。以上の関係を表 3.1 に示す。

この理論の見方によれば、ド・プロイ波は SPL ノードのドップラー引きずり効果によるノード間隔の変化を一種の連続な波動で表したものである。だから波長と周波数が物理的に実在する波動に対応しない。ド・プロイ波はその波長部分に回転放射する SPL ノードの引きずり効果による間隔変化分を取り入れている。もしド・プロイ波に物理的意味を見出すとすればそこに源の速度 v と、 Λ を介した m_0 の情報が含まれる、ということであってその位相速度を実在の波動のように捉えることには無理がある。

表 3.1 波動力学パラメータと本理論のパラメータの対応関係

	波動力学上の表現		本理論による表現	
	非相対論的	相対論的	非相対論的	相対論的
粒子速度				
運動量	$p(= m_0v)$	$p(= mv)$	$p(= m_0v)$	$p(= mv)$
エネルギー	$(1/2)m_0v^2$	mc^2	$\epsilon^* - m_0c^2$	ϵ^*
波長	$\tilde{\lambda}$	$\tilde{\lambda}$	$(c/v)\Lambda$	$(c/\gamma v)\Lambda$
周波数	$\tilde{\nu}$	$\tilde{\nu}$	$(1/2)\beta^2\nu$	$\gamma\nu$
位相速度	$(1/2)v$	c^2/v	$(1/2)v$	c^2/v

注) $\beta = v/c$

3.3 波動関数の波数ベクトルの解釈

2.4 節によると SPL ノードの流れの場合は光速で伝播する波動で表現が可能であり、その波数ベクトルは (2.15) で表されたが、ド・ブロイ波ではその波長が SPL ノードの引きずり効果による波長の変動分に対応することが明らかである。式 (2.23) で表した波数ベクトル変換式のうち、引きずり効果に対応する部分は (2.25) で表される $\delta\mathbf{k}$ であり、これを波数ベクトルとする波動関数になるであろう。これに対応する周波数は (2.26) で表される $\delta\nu$ である。このような波を複素指数関数を使って表すと

$$\phi = A \cdot \exp\{i(\delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + 2\pi\delta\nu t)\} \quad (3.40)$$

となり、 $\delta\mathbf{k}$ なる波数ベクトルを持つ。この波数ベクトルの性質を回転放射する SPL ノードの性質からどのように説明することができるのだろうか。

静止している粒子の源が作る SPL ノード流れの場合を考えよう。既に第 2 章図 2.4 に示した様に、SPL ノードは速度 c で周期的に飛来し、その飛来間隔は Λ_s^0 である。次に速度 v を持つ粒子の源が作る SPL ノード流れの場合を考えよう。飛行粒子に対して K 系から観測する速度 v の粒子の SPL ノードの間隔を Λ_s とすると、両者の間には引きずり効果によりずれが生ずる。第 2 章 2.4 節 (2.22) と同形の周波数変化があるからノード長の変化を求めると、 $\nu_s = c/\Lambda_s$, $\nu_s^0 = c/\Lambda_s^0$ であるから

$$\Lambda_s = \Lambda_s^0 \gamma \left(1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}}}{c}\right) \quad (3.41)$$

である。ここで

$$\Lambda_s = \gamma\Lambda_s^0 - \delta\Lambda_s \quad (3.42)$$

と置けばそのずれ成分は

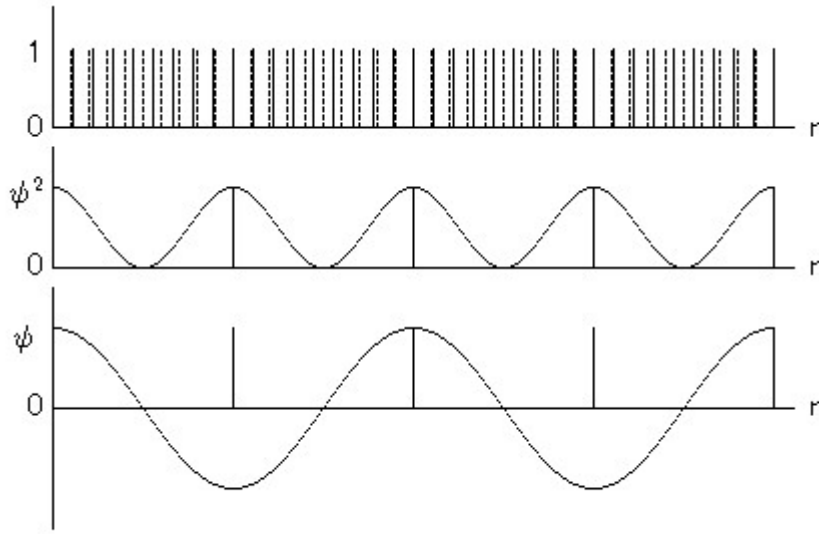
$$\delta\Lambda_s = \gamma\Lambda_s^0 - \Lambda_s = \Lambda_s^0 \gamma \frac{\mathbf{v} \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}}}{c} \quad (3.43)$$

である。このずれ成分を 1 つの周期的な関数で表すことを考えよう。このずれが飛来する SPL ノード毎に蓄積して、1 周期分 Λ_s^0 に相当する長さになるまでの回数は

$$j = \frac{\Lambda_s^0}{\delta\Lambda_s} \quad (3.44)$$

である。ここに j は整数とは限らない。ずれはこの周期でクリアされ、また新たなずれが始まる。これに SPL ノード長 Λ_s を掛けると

$$j\Lambda_s = \frac{\Lambda_s^0}{\delta\Lambda_s} \Lambda_s = \frac{c\Lambda_s}{\gamma(\mathbf{v} \cdot \bar{\boldsymbol{\Omega}})} \quad (3.45)$$



Sin curve expression of SP-Line dragging along with distance

図 3.2 SP-ラインのずれ成分のクリアが繰り返される状態を波動関数で表す

となる。これが図 3.2 下段の関数 f の周期に相当する。

図 3.2 の上の段においては縦の点線が Λ_s^0 毎のパルス信号を表し、縦の実線が Λ_s 毎のパルス信号を表す。同図中段における縦の実線はこのずれが解消し、2つのパルス信号が一致した時を一つのパルス信号で表す。この周期が (3.45) に表す $j\Lambda_s$ である。同図の中段ではこの周期信号を余弦波の二乗で表現する。なぜ二乗で表すかといえば、その理由は第 2 章 2.4 節において取り扱ったときと同じである。すなわち 2つの周期信号が同期する場所は実在であり、隣において同様に同期する場所と正負の関係があるわけではない。そこで事象の起こるすべての位置で正の値を採るように余弦波の二乗を当てはめる。この波動関数そのものを示したのが図 3.2 の下段である。図中では余弦波を用いたが正弦波を用いても位相差を調整すれば同じことである。肝心な点は周期関数で微分可能な連続関数で表現することである。そこでこの波動関数に対する波長は上に求めた繰り返し周期長さの 2 倍になり、第 2 章 2.4 節の (2.11) の表現式において $k_s = 1$ として $\Lambda = 2\pi c/\omega$, $\Lambda_s = 2\pi c/\omega_s$ と置けば $2\Lambda_s = \Lambda$ であるから

$$2j\Lambda_s = \frac{c\Lambda}{\gamma(\mathbf{v} \cdot \bar{\Omega})} = \hat{\lambda} \quad (3.46)$$

となり、第 2 章 (2.37) に定義する波長 $\hat{\lambda}$ となる。

波数ベクトル $\hat{\mathbf{k}}$ と SPL ノード長さのずれ成分がクリアされる繰り返し長さ (波長) $\hat{\lambda}$ との関係は、第 2 章 2.6 節の (2.57) と (2.58) から \mathbf{p} を消去することによって

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \bar{\Omega} = \frac{2\pi}{\hat{\lambda}} \quad (3.47)$$

と求められる。(3.62) の関係を用いると

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \bar{\Omega} = \frac{2\pi}{c\Lambda} (\mathbf{v} \cdot \bar{\Omega}) \quad (3.48)$$

となる。ここで非相対論的速度を前提にすると $\bar{\eta} = 0$ であり、 $\hat{\mathbf{k}} = \delta\mathbf{k}$ である。したがって

$$\delta\mathbf{k} = \frac{2\pi}{c\Lambda}\mathbf{v} \quad (3.49)$$

となる。

3.4 SP-ラインの場合からシュレーディンガー方程式を導く

シュレーディンガー方程式を古典力学から導く方法は存在しないと考えられてきた。なぜならそれは古典物理学の領域外にあるとみなされており、両者の間の架け橋となる理論を持っていないからである。しかるにここで展開する理論では、前節において存在の確定に関する根源的な考察から導かれた回転放射の場合、つまり SP-ラインの場合を介してド・ブroy波の持つ構造を説明することができた。ド・ブroy波は運動する粒子における回転放射場の引きずり効果 (dragging effect) が対応しており、この成分が古典論で定義される運動量 mv の情報を背負っていた。そこでその運動量と微分演算子の関係を見出せるならば、古典物理学の領域から従来理論におけるシュレーディンガー方程式を導く道筋が見えてくることになる。

式 (3.40) で表される波動関数の空間偏微分をとると

$$\frac{\partial\phi}{\partial x} = i\delta k_x\phi, \quad \frac{\partial\phi}{\partial y} = i\delta k_y\phi, \quad \frac{\partial\phi}{\partial z} = i\delta k_z\phi \quad (3.50)$$

を得る。ここに δk_j はベクトル $\delta\mathbf{k}$ の j 番目の要素を表す。 $\delta\mathbf{k}$ は (2.55) を充たすが、ここで非相対論的な粒子速度を前提にしているため $\gamma \simeq 1$ として (2.25) 中の $\bar{\eta}$ はゼロであるとしてよい。したがって $\hat{\mathbf{k}} \rightarrow \delta\mathbf{k}$ とし、(2.57) の関係を使って

$$\nabla\phi = i\delta\mathbf{k}\phi = i\frac{2\pi}{h}\mathbf{p}\phi \quad (3.51)$$

である。そこで演算子と運動量 \mathbf{p} との関係として

$$\nabla \rightarrow i\frac{2\pi}{h}\mathbf{p} \quad (3.52)$$

を得る。

一方、(3.40) の指数部時間項の $\delta\nu$ は存在確定の理論からみれば、第 2 章 2.5 節に論じた所によって (2.26) で表されるが、しかしシュレーディンガー方程式はこの式の第 2 項のみを取り入れたものに対応する。回転放射する SPL ノードの理論からみれば、同式において $(\mathbf{v} \cdot \bar{\Omega}) = 0$ を前提にすることであり、 \mathbf{v} と $\bar{\Omega}$ が常に垂直に交わるという条件下に置くことを意味する。これはボーアの量子条件を導いた時に用いたと同様に、粒子が円運動をするとき観測点を円軌道の中心に置くときに成立する。しかしこのことをシュレーディンガーは認識していたわけではない。彼の狙いはド・ブroy波を波動関数に表現することであった。シュレーディンガーが最終的に導いた方程式を得るには

$$\delta\nu = -(\gamma - 1)\nu \simeq -\frac{1}{2}\beta^2\nu \quad (3.53)$$

とする必要がある。そうすると (3.40) の時間偏微分は

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -2\pi i(\gamma - 1)\nu\phi \quad (3.54)$$

となり、飛行粒子の運動エネルギーを E_k とすれば、(3.34) により

$$(\gamma - 1)\nu \simeq \frac{1}{2}\beta^2\nu = E_k/h \quad (3.55)$$

であるから演算子とエネルギーとの関係は

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{2\pi i}{h} E_k \quad (3.56)$$

となる。いったん周波数 $\delta\nu$ と運動エネルギー E_k との関係が導入されてしまえば条件 $(\mathbf{v} \cdot \bar{\Omega}) = 0$ は忘れてしまってもよい。なぜなら $-h\delta\nu = E_k$ の関係だけが重要であり、 $\mathbf{v} \cdot \bar{\Omega}$ は以後の式の中に現れることはないからである。

自由粒子を考え、非相対論的な運動エネルギーを採用するならば $E_k = p^2/(2m_0)$ であるから

$$E_k = \frac{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{p})}{2m_0} \quad (3.57)$$

と書かれる。この式の E_k と \mathbf{p} に (3.56) と (3.52) の関係を持ち込み、 ϕ を両辺にかけ、整理した形で示すと

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \phi \quad (3.58)$$

となり、自由粒子のシュレーディンガー方程式が得られる。

粒子に力場が作用している場合はエネルギーとしてポテンシャルエネルギー $V(x, y, z)$ を含むと考えると

$$E = \frac{1}{2m_0} p^2 + V(x, y, z) \quad (3.59)$$

とする。この関係式の E と p に (3.56) と (3.52) の関係を持ち込み、両辺に ϕ を掛けると

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \phi + V(x, y, z) \phi \quad (3.60)$$

となり、一般的なシュレーディンガー方程式となる。

第2章図2.7において、静止する源による SP-ライン分布と移動する源による SP-ライン分布の重畳に縞模様が現れることを示した。これは空間分布する SP-ライン群の引きずり効果によるずれ成分に対応している。この縞模様がシュレーディンガー方程式の解である波動関数に対応していることを示そう。座標系 (x, y, z) の原点 O を一定速度 v で x 軸方向に飛行している粒子を考える。この自由粒子は (3.58) で記述され、その解としての波動関数は速度一定の準定常状態にあるとしよう。そうすると良く知られているように [8]

$$\phi = A \cdot \exp\{2\pi i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})/h - Et\} \quad (3.61)$$

で与えられる。ここに A は定数で、従来理論の解釈に従えば、単位面積を単位時間あたり平均して1つの粒子が通過する粒子流れを考えると $A = 1/\sqrt{v}$ である。 ϕ は r と t の関数であるから、いま $t = 0$ において、SP-ラインは $x - y$ 平面上に限定される場合の ϕ の分布をグラフ化してみよう。 v の方向を x 軸の正方向とすれば

$$\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}{h} = \frac{m_0 c^2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}{h c^2} \quad (3.62)$$

ここに第2章 (2.52) を用いて SPL ノードの源の放射回転角速度 ω_s と粒子速度 \mathbf{v} で表すと

$$\frac{m_0 c^2 \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}{h c^2} = \frac{\omega_s (\mathbf{v} \cdot \mathbf{r})}{4\pi c^2} \quad (3.63)$$

となる。これを (3.61) に用いて $t = 0$ として $\phi(r)$ の空間分布を求めると

$$\phi(\mathbf{r}) = A \cdot \exp\left(i\omega_s \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}{2c^2}\right) \quad (3.64)$$

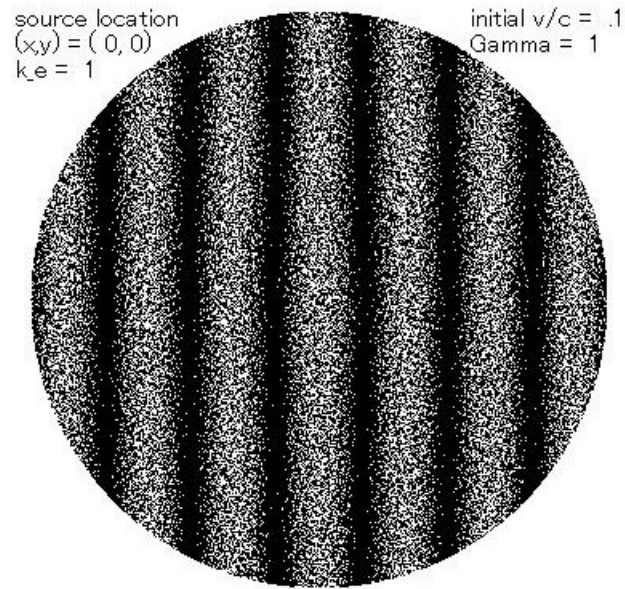


図 3.3 一定速度 v で走る粒子の波動 ($f^2(r)$ のグラフ)。第 II 部付録 A.2 参照。

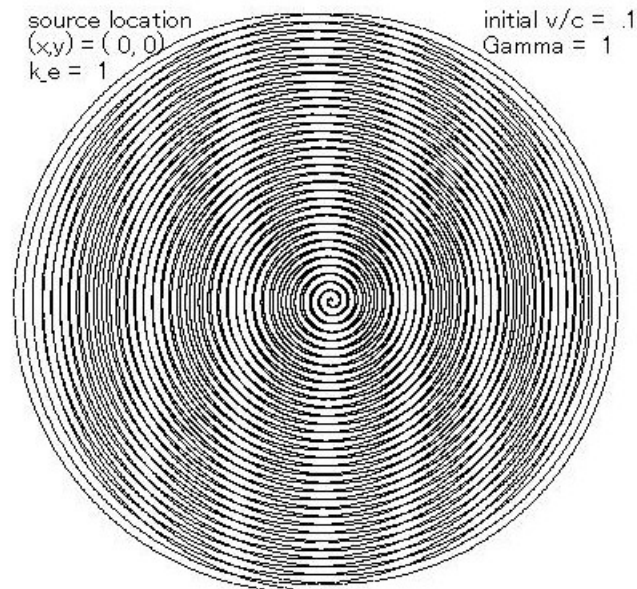


図 3.4 静止する源及び移動する源による SP-ライン空間分布の重畳。第 II 部付録 A.1 参照。

となる。その波動的性質を二次元面上にグラフとして表示するため、その実数部

$$f = \text{Re}\{\phi(\mathbf{r})\} = A \cdot \cos(\omega_s \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}{2c^2}) \quad (3.65)$$

をとる。 \mathbf{r} をパラメータとして f の 2 乗、 f^2 をドットの密度によってグラフ表示すると図 3.3 のような波動が得られる。振幅 A は (3.61) に依れば $1/\sqrt{v}$ であるが、以下の表現式では位相関係だけが問題となるので、とりあえず単位の大きさとした。図形の中心の座標は $(0, 0)$ で、飛行する粒子はここに存在する。詳細な計算方法は第 II 部付録 A.2 に掲げてある。

シュレーディンガー方程式の解としての図 3.3 と比較するため、移動系および静止系の SP-ラインのトラジェクトリの重畳図を図 3.4 に再掲しておく。同図中の移動系は図 3.3 の場合に合わせて $v/c = 0.1$ としており、シュレーディンガー方程式は非相対論的であるから $\gamma = 1.0$ とした。図 3.3 と図 3.4 を比較すると、その位相関係が一致しているのが見られる。図に現れる縞模様は SP-ラインの間隔が引きずり効果により、静止する場合から少しづつシフトすることによって生じており、この縞模様は SP-ラインのずれ成分に対応している。トラジェクトリをプロットする方法については第 II 部付録 A.1 に触れている。図 3.4 は単に 2 つの SP-ラインのトラジェクトリを重畳したものであるが、二つの系の変化幅を計算し、その大きさを白黒の点群で示したグラフを第 II 部付録 A.3 に示してある。

回転放射する SP-ラインの振る舞いから波動関数の波数ベクトルを解釈すると次の様になる。源が速度 v で走っているとき、その源が発する SP-ラインのドップラー引きずり効果によるずれ成分 (3.46) が運動量の情報を背負っており、ずれ成分の周期性を波動関数 ϕ の波長とみなしたものである。波長のずれ成分は SP-ラインによって搬送されているので、本来は速度 c で場が周囲空間に伝播するのであるが、このずれ成分の周期性を波長そのものと見なした時点で、この波動はもはや場の伝播速度 c を持たなくなる。場の源は図 3.4 に示すように確定した場所 (x_0, y_0) を飛行しているにもかかわらず、この波動には SP-ラインの源の位置に関する情報は一つ含まれていない。図 3.4 に見られるように、自由粒子に関する限り、この波動の源となる粒子の位置の情報は波動模様のどこにもない。しかし関数 ϕ は SP-ラインのずれ成分がクリアされる距離の繰り返し間隔 $\hat{\lambda}$ の周期性を正確に表している。この意味で波動関数は系全体のエネルギーと運動量に関する情報を波動的パラメータ (位相) に背負わせて搬送する数学的な解析手法に過ぎないと見做す事ができる。

3.5 熱的揺らぎによって回転放射の場が 3 次元連続関数になる

SPL ノードは 3 次元空間に同時に等方的に連続分布しているわけではないが、(3.40) の表現を導入することにより $\delta\mathbf{k}$ は距離 r の球面上にあることになり、3 次元空間内の何れの位置にあっても良く、また何れの方向を向くこともできる。SP-ラインは 1 時点 1 方向確定の原理に従っており、素粒子では同時に 3 次元空間に分布する関数ではない。これまでの説明では波動関数が物理的な存在と対応するのは次の条件のときである。

” 回転放射される SP-ラインが (x, y) 2 次元平面内に限られるような状況に置かれ、その 2 次元面内における粒子の相互作用を観測するとき”

この条件は場の源になる粒子が絶対零度の状態にあるか、または何らかの拘束条件により回転放射面が 1 平面内に拘束されている場合にしか実現しそうにない。しかし束縛がない自由な粒子では一般に熱的ゆらぎの中であって、SPL ノードが放射される領域は 1 平面でなく、3 次的に分布する。我々が実際に測定に関

わるとき、その時間は素粒子の放射回転 1 回あたりの時間よりかなり長く、熱運動によって回転放射があらゆる方向に分散されるに十分な長さであろう。すると SPL ノードが分布する領域は一平面内でなく、3次元的に分布する。一例として回転放射面が常に揺らぐときの SP-ラインの 3 次元分布の様子を描いて図 3.5 に示そう。このような場合、空間のある 1 点における SP-ラインは必ずしも後続の SP-ラインを持たず、 Λ_s なる長さのノードを規定することができないように見える。しかしパラメータ Λ_s は後続の SP-ラインがな

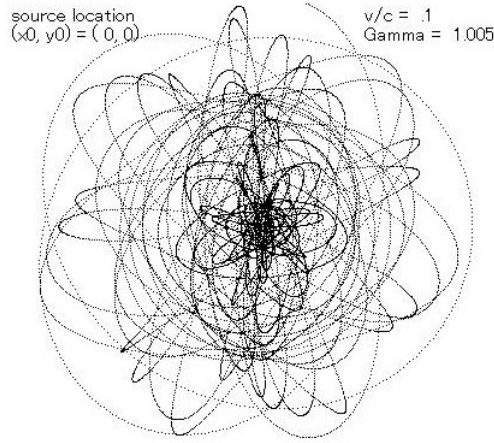


図 3.5 回転軸が熱的揺らぎ状態にある単独の源による SP-ライン 3 次元空間分布。

くても局所的に定まる値である。その値とは SP-ライン上の”光行差”と”ラインの曲率”である。光行差は第 2 章の式 (2.69) によって表され、その式から ω_s について解くと

$$\omega_s = \frac{c}{r} \sqrt{\frac{1}{\sin^2(\theta - \theta')} - 1} \quad (3.66)$$

となる。式中の $\theta - \theta'$ は Ω と Ω' の角度差から定まり、第 2 章図 2.9 に示した (x, y) 点での SP-ラインの曲率半径はこの曲線に垂直に交わらなければならないから r でなく r' を採用する。すると第 2 章の (2.82) により

$$r = \sqrt{(r')^2 - (c/\omega_s)^2} \quad (3.67)$$

の関係があるから、上 2 式から ω_s について解いて

$$\omega_s = \frac{c}{r' \sin(\theta - \theta')} \quad (3.68)$$

となり、局所における SP-ラインの光行差 $\theta - \theta'$ と曲率半径 r' から定まる値となる。 Λ_s は第 2 章の (2.7) の関係によって ω_s から求まるから

$$\Lambda_s = \frac{2\pi c}{\omega_s} = 2\pi r' \sin(\theta - \theta') \quad (3.69)$$

となり、後続の SP-ラインの存在とは無関係に定まる局所パラメータであることがわかる。結局

”熱的揺らぎの中にある粒子において SPL ノードが 3 次元分布する場合でも、SP-ラインはパラメータ Λ_s を局所的に持つ”

が成立し、パラメータ Λ_s から導かれる場の特性も常に成立する。単一の粒子においては SPL ノードの放射源は瞬時には一方向にしか放射しないため、図 3.4 のように 3 次元空間分布する場合であっても、同時刻に 3 次的に連続で等方な場をもつことはない。1 つの源から距離 r の球面を考えると、その球面上を SP-ラインが通過する場所はただの 1 点しかなく、相互作用する場もその球面上では 1 点しかない。実際の相互作用に預かる SP-ラインは「1 時点 1 方向確定」の原理に従っており、空間に対して離散的である。

3.6 波動関数の意味するもの—相互作用の発現が許容される度合い

SP-ラインは時空間に離散的に存在する。その相対論的ずれ成分の伝播を正しく表現できるように複素変数の位相を用いて表現したものが波動関数である。つまり離散的なパルス信号を連続な関数で内外挿していると言える。こうすることで微積分という数学的手段が使えるようになっている。粒子の相互作用を起こす実体は SP-ラインのずれ成分である。シュレーディンガー方程式においては、 ϕ の導入と (3.52) による微分演算子の導入によって 3 次的に連続な関数が持ち込まれる。このため、ある特定な点を中心に半径 r の球面を考えると、その球面のいたるところで ϕ は値を持つ。熱的ゆらぎ等により SP-ラインの回転放射が分散する限り、このような 3 次元空間への拡張によって解析をするのはやむを得ないともいえる。こうすると波動関数は「1 時点多方向確定」つまり 3 次元空間に連続的に値を持つ関数になるから、この関数は実際には相互作用が発現しない空間であってもエネルギー的に許容できる場所として値を持つ。

波動関数の源が他の粒子と相互作用する状況をあえて巨視的な世界で例えるとすれば次の様になる。いま波動関数の源となる粒子を水を回転放射するスプリンクラーに例えてみよう。作用を受けるもう一つの粒子を立ち木の枝に引っかかっているゴルフボールとする。このボールをスプリンクラーの噴水で木の枝から落とすとしよう。そうすると相互作用の起こる場所はスプリンクラーの吹き出し口ではなく、ゴルフボールのあるところである。結果としてゴルフボールは木立から外れるが、スプリンクラーヘッドがゴルフボールに衝突してボールが落下するのではなく水流の力である。ただし微視的世界では粒子に作用する力は水流の力ではなく、 $\hat{\lambda}$ に関係した量になるであろう。

従来の量子力学の解釈では波動関数の振幅の二乗を粒子の存在の確率と解釈する。これはボルン [9] の提案によるが、その根拠は「観測結果に一致する」ということであった。しかし波動関数は上に述べたように離散信号の内外挿の役割を持つ。そのような波動関数を「存在の確率」と解釈するには無理がある。図 3.4 に示したところによれば、波動関数が値を持つ範囲のどこかで相互作用が行われることしか判らない。ポテンシャルエネルギーの中に入る位置情報は、その空間依存の形を表すだけであって、「もしここで相互作用があったとすれば」という許容の度合いは表しても、実際に粒子がいる位置を表すものではないことは容易に理解できる。そこで「粒子の存在」を「粒子の持つエネルギー、運動量が作用として発現すること」と言い換えてみよう。ここで「発現する」とは、他の粒子との間にエネルギーおよび運動量の交換が行われるということである。

「許容される度合い」とは次のようなものである。例えば玉突きのボールがある一定のスピードで走ってゆき、もう 1 つのボールと衝突をすらしよう。このとき一定の不確定要素を持つとし、もしボールの直径くらの範囲で位置の確定ができなければなら正確な衝突の点は決められないことになる。しかし衝突されたボールは運動量およびエネルギー保存の成立する範囲で様々な速度と方向をとる可能性は計算できるであろう。これが「許容される度合い」である。

「許容される度合い」と「確率」とはどう異なるであろうか。確率という言葉は、多数回の測定によって得られたデータを処理して得られる統計上の計数値を意味しており、理論的に計算される確率は、ある確率

過程の計算メカニズムを設定して無限回の試行計算を行ったとき導かれる一つの極限值である。「確率」の言葉を使う限り、多数回の計測又は試行計算が背景になければならない。許容の度合いを「確率」と言い換えても間違いではないが、波動関数を確率分布と解釈してしまうと力学の基本原理は確率が支配していると認識せざるを得ないが、はたして自然界はそうなっているのでしょうか。まだ計測されていない波動関数を「確率」と呼ぶには疑問が残る。この疑問から逃れるため、ここではあえて確率という言葉は使わない方がよい。

(従来の量子力学解釈との違い)

従来の量子力学にはその解釈問題をめぐっていくつかの考え方がある。ここに掲げる理論とそれらの代表的なものを比較検討しておこう。コペンハーゲン解釈では、観測が行われると「波の収縮が起こる」とし、その過程を因果的に考えることを放棄する。これが観測問題としてさまざまな問題を引き起こす。これに対して SP-ラインの理論は次のような解釈を与える。観測は飛行する粒子と静止する観測器内の粒子の間の相互作用によって行われ、エネルギー、運動量の交換を行う。作用する粒子の波動関数はエネルギーと運動量の交換が行われた時点で新たな関数に変化する。たとえば、もし全ての運動量を受け渡してしまえば、SP-ラインの源は静止し、SP-ラインのずれ成分はゼロになって波動関数の周波数はゼロになり波長は無限大になる。ゼロになってもそれは「粒子の存在確率」ではないから単に運動量がゼロ、つまり、静止する粒子とのずれ成分がゼロになった状態を示しているだけであり、SP-ラインの源はどこかに静止して存在している。粒子が運動量を交換して相互作用を発現し、相手の粒子を反跳させた場所と SP-ライン放射の源の位置とは必ずしも一致しない。だから観測が行われたあと波束が収縮する必要はない。観測が成立すれば、他の粒子との相互作用の可能性は直ちに消えて当然である。もし粒子が電子であれば、相互作用を実現した電子は運動量を失って静電気を持った静止する電子として、その後も Λ_s の SPL ノードを放射し続ける。静止した電子の SPL ノードはずれ成分がゼロであって、それに対応した電子の波動関数の周波数はゼロとなる。交換した運動量が全部でなければ、残りの運動量に対応した波動関数を持ち続ける。相互作用によってエネルギーと運動量を受け取った粒子は光、化学変化、あるいは位置変化を生じて観測され、観測過程を終了する。観測が終わった後もそれぞれの粒子は保持するエネルギーと運動量に応じた SPL ノードを放射し続け、そのずれ成分に対応した波動関数を持ち続ける。

量子力学の解釈問題の1つに H. エベレット [10] による「多世界解釈」があり、ここでは波の収縮を考えず、代わりに多世界への分岐を取り入れる。収縮を避ける代わりに、決して確認できない奇妙な多世界が導入されている。観測が行われる前は干渉しあっていた世界が、観測が行われた瞬間に分岐して、その後は一切干渉を断ち切る。観測者が住む世界は多分岐の中の1つが偶然に選ばれるとする。ここに掲げる理論は多世界解釈と共通点をいくつか持っている。1つは波の収縮を必要としない点である。また観測のための相互作用が許容される状態の数だけ仮想的に展開することができる。実際に相互作用が発現した後は、仮想的な世界は実現した世界との間に干渉はない。しかし「多世界解釈」と異なるのは、どの世界が実現するかは SP-ラインの相互作用という物理的実体が決めているという点であって、観測されない世界は実際に粒子が飛び込むことのできる許容状態を示しているに過ぎない。どの世界が実現するかは作用を及ぼす粒子の SP-ラインの空間分布と作用を受ける側の粒子の放射する SP-ラインの条件によって決まる。

ここに掲げる理論はボーム [11] によって提唱された「隠れた変数」の理論との間にも概念の上でいくつか共通点を持つ。第1の点は確定論的な場を保有することである。SP-ラインの放射の場はボームの形式とは一致しないものの、概念的に隠れた変数の1種であるとみなせないこともない。また SP-ラインの源を粒子とみなせば、粒子は常にある確定的な場所に存在している。しかし決定的な違いは波動関数が直接に粒子

の存在確率を示すものではないことである。また SP-ラインは決して隠れた存在でなく、第 2 章で取り扱ったようにスピンの原因となる実体であり、また荷電粒子においては電荷を表す場そのものであり、中性粒子においてはプラスとマイナスの荷電性を同時に持つ 2 つの場を背負う実態である。それは非局所的な信号伝達の機構を一切持たない。

これまでの物理学者は長年、量子は観測によってその多様な振る舞いの可能性が失われ、そのうちの 1 つが実現するという「収縮」を考えてきたが、フックス [12] は収縮するのは量子系でなく、我々の認識の不確定の方だと主張している。また同著者は現在の量子論における統計的性質は系の不完全な記述によって条件付けられると解釈しているが、この点も、SP-ラインの理論が示すところと一致している。SP-ラインという現実存在する離散的な場を波動関数という数学的表現に置き換えて微積分を可能にしたものと見なすと、いわゆる「シュレーディンガーの苦悩」[13] に終止符を打つことになる。

3.7 SP-ラインの場と不確定性

ある瞬間に SP-ラインの源の放射する SPL ノードの分布と放射回転方向が精密に知られており、この SP-ラインの源が受ける他の SPL ノードのずれ成分の変化率が判れば、その源である粒子の未来における運動はその運動方程式によって決定されるであろう。SP-ラインの放射の源は常に位置座標をもって移動する粒子的存在である。この意味で回転放射する SPL ノードの理論は確定論的である。

一方、そこから放射される SPL ノードの場は正弦波の形こそしていないが、時空間を伝播する波動場である。時間点を固定し、連続した空間上に多数の観測点を配置して場を観測するとしよう。そうすると一本の SP-ラインと次の SP-ラインの間では場についての情報が欠落している。また空間点を固定して、1 空間点で飛来する SP-ラインを時間的に連続に観測すると時間中 $\tau_s = \Lambda_s/c$ で情報が途切れる。このため SPL ノードの空間間隔及び時間間隔内で場は不確定である。かくしてこの理論においても不確定性は現れる。

SP-ラインの場における不確定性関係には 2 種類のものがある。1 つは同時刻に場の量を決定するために必要な情報が途切れていることから発生する不確定性であり、これを「第 1 種の不確定性」と呼ぼう。もう 1 つは SP-ラインのずれ成分が力学的パラメータを搬送することに基づいており、この力学的パラメータを確定するに足りる SP-ライン数を受信していないときに発生するものである。古典論で開発してきた微分手法による微分値で表される物理量を確定するための情報が完全にそろわない状態で、これを「第 2 種の不確定性」と呼ぼう。

第 1 種の不確定性から述べよう。SP-ラインの空間間隔は信号がとぎれており、その源となる粒子の存在確定に関しては、時間を固定したとき第 2 章 (2.7) と (2.52) によって決まる大きさ Λ_s より小さい距離に対して分解能を持たない。したがって確定できる距離間隔は

$$\Delta r \geq \Lambda_s = \frac{h/2}{m_0 c} \quad (3.70)$$

である。 Δr と第 I 部第 5 章 5.2 節で定義した一般化 4 元運動量・エネルギーベクトルの 4 次元部分 $P_t (= m_0 c \Omega_t)$ との積をとれば、

$$\Delta r P_t \geq \frac{h}{2} \quad (3.71)$$

となる。次に、空間上のある固定点で飛来する SP-ラインを観測するとしよう。情報がとぎれる微小な時間間隔は SP-ラインの飛来間隔に等しいから、確定できる時間間隔は

$$\Delta t \geq \frac{\Lambda_s}{c} = \frac{h/2}{m_0 c^2} \quad (3.72)$$

である。 Δt と静止質量エネルギー $E(= m_0c^2)$ との積をとると

$$\Delta t E \geq \frac{h}{2} \quad (3.73)$$

となる。この関係式は質量 m_0 なる粒子が観測系 K に静止している場合である。ここでは m_0 が有限の粒子の質量である限り、決して $\Delta r \rightarrow \infty$ となることはないし、また $\Delta t \rightarrow \infty$ にもならない。一般化4元運動量・エネルギーは量子論で言う確定性の限界を示す関係式と類似の形式を持つが、不確定性の限界は SP-ラインの間隔、つまりコンプトン波長の2分の1 ($h/2mc$) 程度の空間に閉じこめられている。粒子の質量を SP-ラインから定めるためには上2式で表される空間または時間について観測しなければ確定できないことを意味している。

第2種の不確定性は運動量 \mathbf{p} と運動エネルギー E_k と時空間に関するものである。SP-ラインの飛来周波数のドップラーシフトのずれ成分がクリアされる様子を図 3.2 に示し、繰り返し長さ $\hat{\lambda}$ を (3.46) に記したが、この長さはずれ成分がクリアされるまで定めることができない。そこで $\hat{\lambda}$ を確定するために必要な距離ベクトルを $\delta \mathbf{r}$ とすると

$$\delta \mathbf{r} \geq \hat{\lambda} \bar{\Omega} \quad (3.74)$$

である。そうすると第2章 (2.58) から $\mathbf{p} \cdot \hat{\lambda} \bar{\Omega} = h$ であるから

$$(\delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) \geq (\hat{\lambda} \bar{\Omega} \cdot \mathbf{p}) = h \quad (3.75)$$

となる。

次に測定位置を固定して SP-ライン飛来のドップラーシフト成分がクリアされることを確認するとしよう。このために必要な時間は

$$\delta t \geq \frac{\hat{\lambda}}{c} \quad (3.76)$$

である。第I部 5.2 節で定義した一般化4元運動量・エネルギーによれば、(3.73) の中に現れる E は静止質量エネルギー E_0 と運動によって付け加わるエネルギー δE に分けられ、 δE はさらに運動エネルギー E_k と \hat{E} に分けられる。これに (2.58) の関係式を用いると

$$\hat{E} = c(\mathbf{p} \cdot \bar{\Omega}) = h \frac{c}{\hat{\lambda}} \quad (3.77)$$

である。そこで δt と \hat{E} との積を作ると

$$\delta t \hat{E} \geq h \quad (3.78)$$

を得る。上記の関係では粒子速度がゼロに近づくと $\mathbf{p} \rightarrow 0$ となり、 $\hat{\lambda}$ が無限大に近づく。したがって $\delta \mathbf{r} \rightarrow \infty$ が発生しうる。

回転放射する SP-ラインの理論では、その飛来周波数のドップラーずれ成分がニュートン力学上の運動量の情報を背負っていて、数個の SPL ノードの通過を感知しただけでは運動量の決定ができず、少なくともずれ成分のクリアが完了するまでのシーケンスを観測しなければ決定できないことを意味する。これらの関係はいずれも、周波数変調された電波 (FM 波) の変調成分と搬送波との関係に非常によく似ている。これは FM ラジオ波が少なくとも変調位相の1周期分以上を受信しなければ搬送されている波動を検知できないのと同じ理屈である。この不確定性は測定によって対象が乱されることで発生するものとは無関係である。

ここに述べる不確定性は「情報を持たない」ことからくる不確定性であって、1時点多空間点をとると場は不連続であるが、SPL ノードは高速 c で常に空間をスイープするため、空間は時間を通して連続体を構

成し、因果関係は厳密に成立している。この性質は物理現象が時空間に確定されていく因果関係を規定しているもので、むしろ“確定性関係”を規定する。この理論における確定性関係は「1時点1方向確定」の原理から必然的に導かれた2次的なものであって、不確定性そのものを原理とすることは適切でない。

これら不確定性は相互作用をする場が背負うパラメータの不確定性であって、粒子の存在位置に関するものではない。ではSP-ラインで表現された場の源となる粒子の移動する状態を記述する運動方程式はいかなるものになるのであろうか。残念ながらこの答えはまだ得られていない。粒子の運動方程式は確定論的な微分方程式で取り扱えるという保証も得られていないし、またSPLノードの分布と放射回転方向の初期値を予め正確に把握する手法も見出されていない。

参考文献

- [1] C. Møller, The Theory of Relativity, Oxford University Press, London(1952), VII, §84, eq.9(p225)
- [2] アーノルド・ゾンマーフェルト, 力学, 理論物理学講座 I, 訳者: 高橋安太郎, p250, 講談社 (1969)
- [3] 朝永振一郎 「量子力学」 I, みすず書房 (1960)
- [4] ド・ブロイ, 河野與一訳, 「光と物質」, 下巻, p33
- [5] 朝永振一郎 「量子力学」 II, みすず書房, (1963) . ここで言う波動力学およびド・ブロイ 波とはこの朝永テキストの p.17. において用いられている呼び方にしたがって記述されている。
- [6] 同上, p.202-246
- [7] バスティン編「量子力学は越えられるか」柳瀬睦男、他 訳 東京図書 (1973) "QUANTUM THEORY AND BEYOND", edited by Ted Bastin, Cambridge University Press, London (1971)
- [8] エリ・ランダウ、イエ・リフシッツ「量子力学」好村滋洋、井上健男訳 p58, 東京図書株式会社 (1975)
- [9] Born, M. Atomic Physics (Blackie, 1944)(ボルン「現代物理学」鈴木、金 関 訳 みすず書房.
- [10] H. Everett, Rev. Mod. Phys. 29, 454(1957)
- [11] D. Bohm, A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables, Phys. Rev. 85(1952), p.166-179
- [12] Christooher A. Fuchs, Quantum Mechanics as Quantum Information <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0205039>; G. マッサー、「やっぱり神はサイコロを振らない？」 日経サイエンス 第 34 巻第 12 号, p.70, 日経サイエンス社 (2004.12)
- [13] ピーター・ギビンス 「量子論理の限界」 金子 務、宇多村俊介 訳 産業図書 (1992), p.81
Original: Peter Gibbins, "Particles and Paradoxes", The Limits of Quantum Logic, Little Ltd, London(1987). シュレーディンガーはコペンハーゲンでの論戦で「もしこんな忌まわしい量子飛躍と付き合っただけならば、自分が原子論の研究を始めてしまったのがじつに残念だ」と叫んだと記載されている。
- [14] ポアンカレ著、「科学と仮説」河野伊三郎訳 p.133 岩波書店 (1982) Original: Henri Poincaré, La Science et l'Hypothèse.